జానకీ ప్రెస్, ప్రొద్దుటూరు,

డి. తొలుత పురిని తెలిసికొనుటవలన నూలుకు సంబంధించిన విషయములున్ను, నూలు బలము, సమానత మున్నగు వానికి సంబంధించిన విషయములున్ను సులభముగా గ్రాహ్యమగును.

పురియొక్క నూలపైన లెక్కను తెలిసికొనుటకు కేవల మొక చిన్న సూత్రమును జ్ఞప్తియందిడికొనుటవలన పని సాగిపోగలదు. కాని వాస్తవమునకు వడుకు శాస్త్రమనగా

వడుకుగ శాస్త్రము

ప్రకరణము 4

నూలు పురి

రాశితంతువులు— నేటివరకు తయారైన మూడు ణములలో నూలుయొక్క ఆకారమునకు సంబంధించిన యములను గురించియు, నూలుకొలత, తూకములయొక్క నానము, లెక్కలు, సంజ్ఞలను గురించియు విచారణ చేయ సినది. నూలు తరగతిని గురించి యిప్పటివరకు ఏమియు క్కనబడలేదు. దీనినిగూర్చి చర్చింప నారంభించుటకు ర్వము నూలు పురిని గురించి యోచించుటవసరము. నూలును రూపొందించుటలోను, దాని తరగతిని నాణ్యముగా తయారుచేయుటలోను పురి విశేష ప్రాముఖ్యముకలిగి యున్నది. తొలుత పురిని తెలిసికొనుటవలన నూలుకు సంబంధించిన విషయములున్ను, నూలు బలము, సమానత మున్నగు వానికి సంబంధించిన విషయములున్ను సులభముగా గ్రాహ్యమగును.

పురియొక్క స్థూలమైన లెక్కను తెలిసికొనుటకు కేవల మొక చిన్న సూత్రమును జ్ఞప్తియం దిడికొనుటవలన పని సాగిపోగలదు. కాని వాస్తవమునకు వడుకు శాస్త్రమునగా

పురియొక్క శాస్త్రమే. తంతువులను పురిపెట్టి దారము తీయుటయే వడుకుట కర్థము. కావున వడుకు శాస్త్రము నభ్యసించు వారలకు కేవలము పురులసంఖ్యకు సంబంధించిన లెక్కలుగాని, నియమములుగాని తెలిసికొనుట సరిపోదు. పురికి సంబంధించిన యావద్విషయములను తెలిసికొనుట యవసరము. కావున నీ ప్రకరణములో లెక్కలతోపాటు పురియొక్క గుణ ధర్మములు, పురిపెట్టునట్టి విధానము, పురిపెట్టునట్టి సాధనములనుగూర్చి చర్చించుటయు, పోల్చుటయు యుక్తమని భావించితిమి. ఈ విధముగ కొంతవరకు విపులీకరించుట వలన ఈ ప్రకరణ స్వరూపమును రాట్నముయొక్క స్థూలావలోకనముగా భావించి దీని నభ్యస్త మొనర్పవలెను. కేవలము ప్రయోగరంగములో తటస్థించునట్టి పురిసంబంధములగు మిక్కిలి సూక్ష్మ విచారణల నిందు వదలివేసితిమి.

పురియొక్క పరిశోధన: — ప్రకృతి జనితములైన చిన్న చిన్న తంతువులను జేర్చి మానవుడు దారమును, ఆ దారముతో వస్త్రమును తయారుచేసినాడు. నేడు తంతువులను పురిపెట్టి దారము తీయుట మిక్కిలి సులభమైన సామాన్య విషయముగా గోచరించుచున్నది. కాని పురిని కనుగొన్ననాటి కాలమున అదియొక యద్భుత విషయముగ జూపట్టి యుండనోవు. మానవుడు నేటివరకు ఎన్నో విషయములను కనుగొని యున్నాడు. రెండు భిన్న పదార్థములనుగాని లేక ఒకే జాతికి సంబంధించిన పదార్థముయొక్క రెండు ఖండములు, కణములు లేక భాగములనుగాని కలుపుటకు అనేకానేక విధములగు వస్తువులను, విధానములను పరిశోధించినాడు.

కాగితము నతుకుటకు జిగురు తదితర పదార్థముల నన్వేషించినాడు. లక్క, సర్జ్రేసులతో కొయ్య, యెముకలు మున్నగు పదార్థముల నతికించినాడు. ఇటుకలను అడుసు, సున్నము, సిమెంటులతో చేర్చినాడు. గుడ్డను నూది, దారములతో కుట్టినాడు. అనేక విధములగు ఘనపదార్థములను గసికతో గాని, మేకుతో గాని తాపటము చేయుటకు లేక మరమేకులతో కలుపుటకు ప్రయత్నించినాడు. చిన్న చిన్న మృత్ కణములతోను, ఇసుక రేణువులతోను నిప్పు, నీరువంటి పరస్పర విరోధాత్మకములైన రెండు ప్రాకృతికశక్తుల సహాయమున కలుపుట కుపాయము కనిపెట్టి పాత్రలను, ఇంటి కప్పులను, ఇటుకలను, వివిధములగు గ్లాసులను మరియు వానితో ననేక పదార్థములను సృష్టించినాడు. తుంగగడ్డి, వెదురు— ఈ రెంటిని జేర్చి చాపలు, బుట్టలు, విసనకర్రలు, డోళ్లు, తడికెలు, ఇంటికప్పులు నిర్మించినాడు. ఈ విధముగా మానవుడు తంతువులను పురిపెట్టి దారమును, దారములను జేర్చి వస్త్రమును సృష్టించుటకు పరిశోధన గావించినాడు. జిగురు, లక్క, సర్జ్రేసు, అడుసు, సున్నము, సిమెంటు, మేకులు, కొయ్యబిళలు,— ఇవి యన్నియు తదితర వస్తువులను అంటించునట్టి ప్రత్యేక పదార్థములుగా పేర్కొనబడినవి. బట్టీలో ఉడకబెట్టుట, కూర్చుట, పెనవేయుట, నేయుట— ఇవి యన్నియు కణములను లేక తంతువులను కలుపునట్టి విధానములని చెప్పబడినది.

తంతువులతో వస్త్రమును తయారుచేయుటలో వస్తువుల నంటించునట్టి పదార్థములు ఉపయోగించబడ లేదు (గంజిపెట్టు

నట్టి క్రియ తప్ప) కాని వానిని కలుపునట్టి విధానములు అను ష్ఠింపబడినవి. ఆధునిక పరిశోధనకర్తలు పురిపెట్టునట్టి క్రియను విసర్జించి తంతువులనుగూడ నంటించి వస్త్రమును నిర్మించుటకు ప్రయత్నించి అందు విశేషముగ కృతకృత్యులైరి. దీని వ్యావహారికోపయోగము ఇంకను ప్రారంభము కాకపోయినను నేడట్టి కల్పన పరిహాసాస్పదముగ భావించబడ లేదు.

తోలికూర్పు:— పురి వివిధముగను స్వతంత్రమైనది కాదు. అయ్యది దారమువంటి పదార్థములతో సృష్టింపబడిన ఒక ప్రత్యేక పరిస్థితి అయియున్నది. ఇట్టి పరిస్థితి వివిధముగను నిరాశ్రయముగా లేదు. ఏదేనొక తంతువు, లేక త్రాడువంటి పదార్థముయొక్క యాధారమువలననే అయ్యది గోచరింప గలదు. వస్త్రనిర్మాణము పురిపెట్టుట, అతుకుట, కూర్చుట లేక నేయుట— ఈ చిన్న ప్రక్రియలపై నాధారపడియున్నది. తంతువులను పురిపెట్టి దారము తీయుట వీనిలో నన్నిటి కంటె మొట్టమొదటి ప్రక్రియ. ఇయ్యది తంతువులయొక్క తోలికూర్పని చెప్పబడును. ఈ కూర్పుయొక్క ప్రక్రియ పురిపెట్టుటయనియు, ఏతత్ఫలితము పురియనియు బేర్కొందురు. ఈ ప్రకరణములో మనము "పురి" "పురిపెట్టుట" కు సంబంధించిన లెక్కలను పరిశీలింపవలసియున్నది. దానితో పాటు వాని యుపయోగముగూడ దెలిసికొనవలసియున్నది.

పురి తక్కువగల దారము:— పురిద్వారా తంతువులు ఒకదాని నొకటి పట్టుకొనును. పురి విస్తారముగా నున్న కొలది ఈ పట్టు దృఢముగా నుండును. పురి తక్కువగా

నున్నచో పట్టు వదులుగానుండును. పట్టు వదులుగానున్న దారమును లాగినప్పుడు అందలి తంతువులు ఒకదాని నుండి యొకటి జారిపోవును. మరియు వాటిపట్టు విప్పుకొని దారము తెగిపోవును. ఈవిధముగ తెగిపోవుట తంతువులుజారి దారము తెగుటయని చెప్పబడును. ఈరీతిగ తంతువులు జారి తెగునట్టి దారము పురి తక్కువ దారమనిగాని, కచ్చాదార మనిగాని చెప్పుదురు. అనగా కావలసినదానికంటె తక్కువ పురిగల దారము కచ్చాదారమని చెప్పబడును. గుజరాతీ భాషలో దీనిని "ఫీసా" నూలని చెప్పుదురు. తంతువులు జారి పోవుటవలన తెగునట్టి నూలు పైయర్థములో హిందూస్తానీలో గూడ వ్యవహరింప దగియున్నది.

ఎక్కువ పురిగల దారము:—తక్కువ పురివలన దారము నిరుపయోగముగా నుండునట్లే ఎక్కువ పురిపెట్టుటవలన నది బిరుసెక్కి నిరుపయోగమగును. పురితక్కువ నూలు త్వరితముగా తెగుచు అందు ఆకర్షణను తట్టుకొనగలుగుశక్తి తక్కువగా నున్నట్లే యెక్కువ పురిగల దారముకూడ స్వల్పమైన లాగుడువలనగాని, గుంజుటవలనగాని తెగిపోవును. కాని కచ్చా దారమువలె బిరుసుదారము తంతువులు జారిపోవుటవలన తెగి పోదు. అయ్యది తంతువులు తెగుటవలన తెగిపోవును.

సమానమైన పురిగల దారము :— పురిలో హెచ్చు తగ్గులుండక కావలసిన పురిగలది సమానమగు పురిగలదార మనబడును. సరిగా పురిపెట్టబడిన దారములోగల విశేషమేమ నగా అది తంతువులను జారిపోనీయదు. ఆ వెన్వెంటనే అది

నేరుగా తంతువులమీద, వాటికి మరింత యాకర్షణము సహించు నట్టి శక్తి, సాధ్యమైనంత హెచ్చుగ నేర్పడియుండునంతగానే యొత్తిడి కలిగించును. ఇందువలన నూలులో సరియైన పురి యున్నది లేనిది పరీక్షించునపుడు కేవలము నూలుయొక్క బలమునేగాక, నూలులోగల వంగునట్టి గుణమునుగూడ (Flexibility) దృష్టిలో నిడికొనవలెను.

తెగుటలో రెండు విధములు:—ఎక్కువగా లేక సమగ్రముగా పురిపెట్టబడిన దారములో తంతువులు జారిపోజాలవు. అవి తెగినప్పుడుమాత్రమే వేరు కాదగిన మేరకు అంటుకొనియుండును. వదలిపోయి వేరుపడవు. పురిలేని నూలులో తంతువులు విప్పుకొని జారిపోయి దారము తెగును. అట్లు దారము తెగుట మొదటివిధమని చెప్పబడును. పెదుసు లేక లెస్సగా పురిపెట్టబడిన దారములో తంతువులు తునిగిపోవుటవలన తెగునట్టి దారము రెండవవిధమని పేర్కొనబడును.

గుణప్రాధాన్యము:—ఇంతవరకు బలముగలనూలు, బలహీనమైన నూలు, నూలు తెగునట్టి విధములను గురించి శాస్త్రీయముగా వివేచించబడినది. కాని యిట్లు వివేచించి గావింపబడిన సమగ్రవర్గీకరణములో చేరతగిన దారములు అరుదుగా గోచరించును. విశేషముగా నూలు అందు కొన్ని తంతువులు తక్కువగా పురిపెట్టబడినట్లును, కొన్ని సరిగా పురిపెట్టబడినట్లును, కొన్ని హెచ్చుగా పురిపెట్టబడినట్లును కానవచ్చును. అనగా విశేషముగా దారములో మూడువిధములును కలిసి యుండును. మానవునియందు మూడు గుణములు మిశ్రితమై

యుండును. కాని ఆ మూటిలోను ఏ గుణము ప్రధానమైనదో అతడా గుణము గలవాడనియే పేర్కొనబడును. అదేవిధముగ దారముకూడ పైన వివేచించబడినరీతిగా దానియందలి ప్రధాన గుణమునుబట్టి తక్కువ పురికలదనిగాని, హెచ్చుపురి కలదని గాని, సమానమైన పురికలదనిగాని చెప్పబడును.

పరీక్ష :— ఈ గుణపరీక్ష తత్పరిజ్ఞానమువలనగాని, యంత్రములద్వారాగాని చేయుదురు. సాధారణముగా మామూలు వ్యవహారములలో అనుభవజ్ఞాన ముపయోగించబడును. కాని అప్పుడప్పుడు ప్రత్యేక కారణములవలన పురుల సంఖ్యను సరిగా లెక్కించుటకు యంత్రములద్వారా పరీక్షించుట ఆవశ్యకమగును. దారమును అనుభవజ్ఞానముద్వారా పరీక్షించవలసివచ్చినపుడు వ్రేళ్ళతో పట్టుకొని దారమును నెమ్మదిగా లాగుదురు. అది తెగునట్టి ధ్వనిని చెవులతో నాలకించి తంతువుల కలయికను కండ్లతో పరిశీలించెదరు. తెగునపుడు దారము యొక్క తంతువులు విప్పుకొనునట్టి లేక తునిగిపోవునట్టి ప్రక్రియ కొంతవరకు దృష్టికి గోచరింపగలదు. వ్రేళ్ళకు శ్రమకలుగక ఏవిధమగు ధ్వనియు వినరాకున్నయెడలను లేక మిక్కిలి మెల్లగా తంతువులు జారిపోవునట్టి "వుస్" అను ధ్వని వినబడినయెడలను ఆ నూలులో మొదటి గుణము అధికముగా నున్నట్లు గ్రహించబడును. ఆ దారము పురిలేనిదిగా పరిగణింపబడును. త్రెంచుటలో కొంచెము శ్రమకలిగించి 'టప్' అని ధ్వనించినచో ఆ దారము రెండుమూడు తరగతులలో నేదేనొక తరగతికి చెందియుండవచ్చును. రెండవ తరగతికి చెందినది, అనగా బిరుసు నూలైనచో దానిలో పురి ఘనీభావము హెచ్చుగాను

వంగునట్టి గుణము, మెత్తదనము తక్కువగాను గోచరించును. చిలపలో ప్రతిచోట మెలికెలు కాన్పించును. చిలప నొక వ్రేలి మీద వ్రేలాడించి దాని రెండవ కొనను వదలివేసినచో అది ముంగురులవలె విశేషముగా ముడుచుకొనిపోవును. ఇట్టి దోషములు లేక బలముకలిగి తెగునపుడు ధ్వనికూడ వచ్చువెడల అట్టిదారమందు మూడవగుణము ప్రధానముగానున్నట్లు పరిగణింపబడును. ఆదారము సరియైన పురికలదని చెప్పబడును.

యంత్రముద్వారా పురిని రెండు కారణములవలన పరీక్షించెదరు. (1) పురుల సంఖ్యను తెలిసికొనుట, (2) పురియందలి ప్రభావము లేక పట్టును తెలిసికొనుట. ఈ రెంటికిని వేరు వేరు సాధనములుండును. కాని మే మిచ్చట అందును గురించి చర్చించ బోవుట లేదు.

కొన్ని సూక్ష్మాంశములు:— పురుల సంఖ్య పూర్తిగా నున్నప్పటికీ అప్పుడప్పుడు తంతువులు జారిపోవుటకు అవకాశ ముండును. తంతువులు దృఢముగా నంటుకొని యుండుట కేవలము పురులసంఖ్యపై నాధారపడి యుండదు. అయ్యది తంతువుయొక్క పొడవుమీదను, తంతువు సరియగు పద్ధతిలో చిక్కుకొనెనా లేదా యను విషయముమీఁద గూడ నాధారపడియుండును. తంతువు పొడవు మిక్కిలి తక్కువగా నున్న యెడలను, పొడవు హెచ్చుగా నున్నప్పటికీ పురిలో పట్టుకొనబడిన దాని భాగమందలి పొడవు తక్కువగా నున్నయెడలను పురుల సంఖ్య పూర్తిగా నున్నను తంతువు జారిపోవచ్చును. పురుల సంఖ్య సరిగా నున్నదా లేదా యను విషయము నగటు తంతువులు సరిగా పట్టుకొనబడినవా లేదా, దారముయొక్క

సగటు తావు ననుసరించి అది కావలసినంతగా నున్నదా లేదా అను నంశమునుబట్టి నిర్ణయించబడును. కొన్ని తంతువులు సగటు తంతువుకంటె మిక్కిలి చిన్నవిగా నుండును. కొన్ని తంతువులు పొడవుగానున్నను అవి జారిపోవుటకు గల కారణమేమన ఎచ్చటనుండి దారము తెగుట కారంభించునో అచ్చటనుండి తంతువుయొక్క కొనయొకటి పొడవుగా నుండియు దాని రెండవకొన దారము ముందరనుండు భాగములో చాల తక్కువగా నుండియుండును. అట్టి చిన్న కొన తెగి వేరుపడదు. దారములో పూర్తిగా పురియున్నప్పటికి అది పొడవు తక్కువ వలన నొకవైపునుండి జారి వెలుపలికి వచ్చివేయును. అప్పుడప్పుడు తంతువు పొడవుగానున్నను అడ్డదిడ్డముగా తిరిగి ద్విగుణీకృతమై పట్టుకొనబడును. అప్పుడప్పుడు దాని మొదటికొన పురియందు చిక్కుకొన్న పిమ్మట శేషించిన భాగము (వేళ్ళపట్టునుండి వశముదప్పి వదులుగానున్న స్థితిలో పురిపెట్టబడును. హెచ్చుగా సాగిన తంతువులును, తక్కువగా సాగిన తంతువులును, పూర్తిగా వదులైయున్న తంతువులును ఒకేస్థానమున పురిపెట్టబడుటవలన దారమున కెట్టిస్థితి యేర్పడునది తెలిసికొనుట యవసరము. దీనిని చక్కగా తెలిసికొనుటకు ఏదేనొక లావుత్రాడు తీసికొనుడు. ఒక సన్నని త్రాడును ముప్పేటచేసి దానిని లావుత్రాడుగా పురిపెట్టుచున్నామనుకొనుడు. అట్లు ముప్పేట చేయుటలో ఒక పేటను బిగివిగాను రెండవ పేటను తక్కువ బిగివిగాను, మూడవదానిని పూర్తిగా వదులుగాను ఉంచి పురిపెట్టినచో అది యెట్లు లావుత్రాడగునో పరిశీలింపుడు. అది

గరుకుగాను, అందహీనముగాను, బలహీనముగాను తయారౌ గును. ఏలనన వదులుగానున్న పేట అచ్చటచ్చట సరిగా పట్టుకొనబడదు. మూడు పేటలను ఒకేరీతిగ బిగువుగానుంచి పురిపెట్టినప్పుడే దానివలన తయారైన లావుత్రాడు అందము గాను, వర్తులముగాను, ఒకేవిధముగ బలముగాను ఉండును.

నూలుకుకూడ ఇదే నియమము వర్తించును. చిన్న చిన్న తంతువులను, పొడవులో హెచ్చుతగ్గుగానుండు సన్నని తంతు వులను సమానమగు నాకర్షణమందుంచుట యెట్లనునది క్లిష్ట సమస్య. పూర్తిగా వాటిని సమానముగ నాకర్షించుట యసంభ వము. దారములో కొన్ని తంతువులు దారమును లెస్సగా పురిపెట్టినను, తంతువులను సాధ్యమయినంత యెక్కువ నేర్పుతో చిక్కించినను నిరంతరము తప్పనిసరిగా జారిపోవుచునేయుం డును. ఇదికూడ నొక కారణము.

పురియందలి సమానత:—ఎంత నేర్పుతో వ్యవహరించి నను దారములో అన్నిచోట్ల పురి ఒకేరీతిగ నుండజాలదని మాత్రము తెలిసికొనుట యవసరము. సాధారణముగ నెట్టి నూలులోగాని కొన్ని భాగములలోపురులసంఖ్య తదితరభాగము లలోగల పురులసంఖ్యకంటె రెండురెట్లు లేక మూడురెట్లు కూడ నధికముగా నుండవచ్చును. పురి తక్కువగా నుండు చోట అది తెగిపోవును. పురియందలి సమానత చాల ముఖ్య విషయము. పురి సమానముగా నుండకపోవుటకు అనేక కారణము లుండును. ఎట్లనగా వేరువేరు గుణములుగల తంతువులున్నచో పురి యసమానముగా నుండును. దారములో తంతువులసంఖ్య హెచ్చుగా నున్నభాగమున పురి తక్కువగాను తంతువులు

తక్కువగానున్న భాగమున పురి హెచ్చుగాను ఉండును. వడుకునపుడు హెచ్చుతగ్గుగానుండు కదురుచుట్లు మున్నగు నంశములవలనగూడ పురియొక్క సమానతలో మార్పు కలుగును.

వస్త్రముపై పురియొక్క ప్రభావము :— పురివలన నూలుయొక్క శక్తిలోను, బలములోను ఏర్పడునట్టి మార్పును యోచించునపుడు నూలుయొక్క వంగునట్టి గుణములోగూడ (Flexibility) నెట్టిమార్పు ఏర్పడునో పరిశీలించవలెనని పైన చెప్పబడినది. వస్త్రమును దృష్టిలో నిడికొని విచారించునపుడు దాని పై మెరుపు, స్పర్శలలోను రంగును పీల్చుకొను, సమాన ముగా పీల్చుకొను దాని శక్తిలోను నూలునందలి హెచ్చుతగ్గు పురివలన నెట్టిమార్పు కలుగునోకూడ పరిశీలింప వలసివచ్చును. అప్పుడప్పుడు ఈ గుణముల నేర్పరుచుటకు దారమందలి పురిని కొంచెము తక్కువగా నుంచుటయు, దాని బలమునుగూడ తక్కువగా నుండనిచ్చుటయు వాంఛనీయ ముగా భావించబడును. ఇంతేగాక, దారములో ఒక పరిమితి వరకు పురి తక్కువగా నున్నప్పుడు దాని నేత చక్కగా నున్నచో ఆ వస్త్రము బలములోగూడ తులనాత్మకముగా (comparatively) నాణ్యమై యుండును. ఏలనన అందు వంగునట్టి గుణము హెచ్చుగానుండును.

హెచ్చుతగ్గు పురివలన కలుగు నష్టములు :— తక్కువ పురివలన కలుగు నష్టమేమనగా తక్కువ పురిగల దారము బల హీనముగా నుండును. మరియు దానిని నేయుట కష్టము. హెచ్చుపురివలన కలుగు నష్టములను తెలిసికొనుట అత్యంత

వక్యాకము. ఏ పరిమితిలో హెచ్చుగా పురిపెట్టబడునో అదే పరిమితిలో తంతువులమీద న్యాయముగా పురియొక్క యాకర్షణ హెచ్చగుచుండును. ఆకర్షణ సహించునట్టి తంతువుల శక్తి పరిమితమై యుండును. పురియొక్క యాకర్షణము హెచ్చగుచున్నకొలది యితర బాహ్యాకర్షణమును సహించు నట్టి తంతువులశక్తి తగ్గిపోవును. ఈ తంతుశక్తి తగ్గిపోయిన నూలుతోగూడ వస్త్రము నేయుట కష్టము. మరియు నా వస్త్రమునకు మన్నిక తక్కువగానుండును. హెచ్చుగా పురి పెట్టునట్టి శ్రమ వ్యర్థమైపోవును. ఇట్టి నష్టము తేటతెల్లమే.

పురియొక్క యాకర్షణ మెట్లు?— హెచ్చుగా పురి పెట్టుటవలన తంతువులమీద నాకర్షణ మెట్లు వృద్ధిచెందునో తెలిసికొనుట సులభము. పరిమితిని మించి పురిపెట్టుటవలన దారము తెగి ముక్కలగునన్న సంగతి ప్రతి వడుకువారికిని తెలియును. ఇట్లు తెగుటకు కారణమేమి? పురి తంతువు లను చేర్చుచున్నకొలది తంతువులు ఒకదానిపై నొకటి తిరు గుచు మెలివేసికొని పోవుచుండును. పురి పెరుగుచున్నకొలది తంతువులు ఒకదానితో నొకటి తిరుగుచు మిక్కిలి హెచ్చుగా పెనవేసికొనుచు పోవును. ఇందువలన నివి యెక్కువగా బిగు తరమగును. హెచ్చు పురివలన తంతువులు నూలుపరిధిమీద విశేషముగా చుట్టుకొనిపోవునపుడు అవి వాని పొడవులో ముడుచుకొన నారంభించును. అవి ముడుచుకొనునట్టి పరి మితికంటెకూడ, హెచ్చు పురి లభించేయెడల ప్రతి పురిలోను తంతువుయొక్క పొడవునకు సంబంధించిన భాగము బిగివిచెం దును. ఇట్టి బిగివి లేక యాకర్షణము పరిమితిని మించిపోవు

నప్పుడు ఆ తంతువు ఎక్కువ యాకర్షణమును సహింపజాలదు. ఇందువలన నేత నేయునప్పుడుగాని లేక వస్త్రము నుపయోగించునపుడుగాని యిట్టి తరగతి నూలు కొలదిగా నాకర్షించబడినచో తెగిపోవును. ఈ కారణముచేతనే నూలును ఎక్కువ పురిపెట్టుటవలన నష్టమేర్పడును. అది, తంతువుమీద దాని స్థితిస్థాపకతయొక్క పరిమితికంటె హెచ్చుగా నాకర్షణముపడకుండునంతగామాత్రమే యుండవలెను. పడుగునప్పుడు ఈ యాకర్షణము పరిమితికి చేరినపిమ్మటగూడ పురిపెట్టుట సాగించబడు నెడల దారము తెగిపోవును.

హెచ్చుపురి, తక్కువపురిగల దారములకు గల తారతమ్యము:— మిక్కిలి తక్కువ పురిగల దారముతో మిక్కిలి హెచ్చుపురిగల దారమును పోల్చుటయే నిరర్థకము. కాని ఈ రెండింటిలో నొకదాని నెన్నుకోవలసిన యవసరము కలిగినప్పుడు నేతవారు మొదటిదానిని అనగా కొంచెము తక్కువ పురిగల దారమునే వాంఛించెదరు. హెచ్చు పురిగల దారమన్న వారెల్లప్పుడును అసహ్యపడెదరు. ఇది సమంజసము కూడా. ఏలనన కొంచెము పురి తక్కువగల దారమును సానపెట్టినప్పుడుగాని లేక దానికి గంజి పెట్టినప్పుడుగాని అందలి తంతువులయొక్క పరస్పర గ్రహణము కొలదిమేరకు పెంపొందును. ఈ గ్రహణము లేక పట్టు, పెంపొందుటవలన దానిని నేత కుపయోగించవచ్చును. నేత— ఇది తంతువులయొక్క అంతిమమగు మరియొక కూర్పు. ఈ రెండవకూర్పు జరిగిన పిమ్మట తంతువులు జారి దారము తెగిపోవుట కవకాశముండదు. కాని పరిమితినిమించి పురి పెట్టబడిన దారము నేతకు

సంబంధించిన ప్రతి ప్రక్రియలోను తెగుచుండును. దాని నేత అనగా రెండవ కూర్పుకూడ నాణ్యమైనది కాజాలదు. ఇట్టి దారములో నేతకు పిమ్మటగూడ మితిమీరిన పురియాకర్షణమువలన తగ్గిపోయిన యా తంతువులశక్తి వృద్ధిపొందజాలదు. ఇట్టిశక్తి లోపించుటవలనను, నేత బాగుగా లేకపోవుటవలనను ఇట్టి నూలుతో తయారైన వస్త్రము సయితము త్వరితముగా చినిగిపోవును.

పురులయొక్క సరియగుసంఖ్య:— ఈదారములో తంతువులయొక్క పరస్పర గ్రహణము పూర్తిగానున్నను అందుతో పాటు వాటికి బాహ్యాకర్షణమును సహించునట్టి శక్తి యున్నప్పుడే యా దారము సరిగా పురిపెట్టబడినట్లు భావించబడును. ఎంతపురివలన ఈ పరిమితి లభించగలదన్నసంగతి అనేక ప్రయోగములు జరిపినపిమ్మట అనుభవము వలన నిర్ణయించబడినది. ఇట్టి పరిమితియే సరియగు పురుల సంఖ్యయని చెప్పుదురు. మరియు నిట్టి పరిమితిని బట్టియే పురికి సంబంధించిన లెక్కలన్నియు చేయబడును. ఒక అంగుళము దారములో ఎంత పురియుండునో అదియే యాదారముయొక్క పురియనిగాని లేక యా దారముయొక్క పురుల సంఖ్యయని గాని చెప్పబడును. ఉదాహరణకు ఒక అంగుళము దారములో 20 పురులుండేయెడల ఆదారము 20 పురులు గలదని చెప్పబడును. లేక 20 పురుల సంఖ్యగల దారమని చెప్పబడును. నూలు నంబరు ననుసరించి ఒక అంగుళము దారములో సరియగు పురుల సంఖ్య యెంతయుండవలసినది నిర్ణయించుటకొక వ్యావహారిక సూత్రము దిగువ నివ్వబడుచున్నది.

సూత్రము — 1

$\sqrt{\text{నూలు నంబరు}}$ × పురియొక్క నియత రాశి = ఒక అంగుళము నూలునందలిపురులు. సంగ్రహముగా నియ్యది $\sqrt{\text{నంబరు}}$ × " ర " = పురులనికూడ వ్రాయబడును.

తృతీయ ప్రకరణములో నూలు వ్యాసము, నూలు నంబరు వర్గమూలముయొక్క యనుపాతమునుబట్టి మారునని మనము పరిశీలించినాము. ఈ నియమమే నూలుయొక్క పురికికూడ వర్తించును. పురికూడ నంబర్ల వర్గమూలము యొక్క యనుపాతములనుబట్టి మార్పుచెందును.

ఉన్న తారతమ్యమేమనగా పురి, నంబరు వర్గమూలము యొక్క ప్రత్యక్షా (Direct)ను పాతమువలన తగ్గుచు హెచ్చు చుండునపుడు వ్యాసము, నంబరు వర్గమూలపు వ్యతిక్రమము యొక్క (వ్యుత్క్రమము) యనుపాతమును బట్టియు, వ్యతిరేకానుపాతమునుబట్టియు మారుచుండును. ఈ యనుపాతమును నిర్ణయించుటకు సూత్రమందు తొలుత అంకము (అంకము యొక్క వర్గమూలము) నకు సంబంధించిన పదముంచ బడినది.

నియతరాశి— రెండవ పదము నియతరాశికి సంబంధించినది. ఏ నంబరుకైనను దాని పురుల సంఖ్య కనుగొనుటకు సర్వసామాన్య సంఖ్యగానుండు సంఖ్యనే నియతరాశియందురు. తృతీయ ప్రకరణములో వ్యాసమును పరీక్షించు సూత్రమునం దివ్వబడిన 27½ సంఖ్య "వ్యాసముయొక్క నియతరాశి" యని

చెప్పబడును. వలనన అది ప్రతి నంబరు వ్యాసమును పరీక్షించుటకు ఉపయోగకరమైన సర్వసామాన్య సంఖ్యయై యున్నది. చేనూలుకు పురియొక్క సర్వసామాన్య నియతరాశి 4 గా నిర్ణయించబడినది. పురియొక్క నియతరాశికి సంగ్రహముగా "ర" యను సంజ్ఞ ఉపయోగించబడుచున్నది. అనగా చేనూలులో "ర" = 4 అని భావించబడును. మిల్లులలో పడుగు పేకల నూలుకు ఒకే విధమైన పురి పెట్టబడదు. పేక నూలుకు పడుగు నూలుకంటె కొంచెము తక్కువ పురి పెట్టబడును. అట్లే చేనూలుకంటె మిల్లునూలు పడుగుయొక్క పురికూడ తక్కువగా నుండును. ఇందువలన మిల్లునూలు పురిని పరీక్షించునట్టి నియతరాశి చేనూలు నియతరాశికంటె భిన్నముగా నుండును. మరియు పడుగు పేకల నూలుయొక్క నియతరాసులుకూడ వేరు వేరుగా నుండును. మిల్లునూలు పడుగుకు సాధారణముగా నియతరాశి 3¾ గాను పేకకు 3¼ గాను భావించబడుచున్నది.

మిల్లు ఏకులలో తంతువులు సమానాంతరము చేయబడును. ఇందువలన మిల్లునూలులో తంతువు దానికిగల హెచ్చు పొడవులో బిగుతరమగును. చేపడుకులో తంతువు అడ్డదిడ్డమై తరుచుగా తక్కువ పొడవులో బిగివిచెందును. మిల్లులలో చిన్న వేసులు తీసివేయబడును. అవి మన వేకులలో నిలిచియుండును. తంతువులయొక్క పరస్పర గ్రహణము ప్రబలముగా నుండుట కేవలము పురుల సంఖ్యమీదనే గాక తంతువుయొక్క పొడవుమీదగూడ నాధారపడి యుండునని తొలుత తెలుపబడినది. చేపడుకులో నీ పొడవు కొం

చెము తక్కువగా లభించును. ఇందువలన మన నూలును కొంచెము హెచ్చుగా పురిపెట్టుట ఉపయోగకరమని గ్రహించ బడినది. మిల్లులకంటె చే నూలు వడుకులో చిన్న యేసుల దూది సర్వసాధారణముగా నెక్కువ ఉపయోగములో నున్నది. మన పురియొక్క నియతరాశిని కొంచెము పెద్దదిగా నుంచుట క్షేమకరమని భావించుటకు నిదికూడ నొక కారణము. దీర్ఘతంతువులు గల ప్రత్యేకమగు దూదితో ముతక నంబర్లు వడుకబడుచో చే నూలు వడుకులోగూడ కొంచెము తక్కువ పురి శ్రేష్టమని భావించబడుచున్నది. వడుగు పేక లకు నూలును వేరు వేరుగా నుంచుటలో మనకు వ్యావహారిక మైన యిబ్బందులు కలవు. ఈ కారణమున వడుకులో రెం డింటి నియతరాసులను వేరుగానుంచుట అసౌకర్యముగా భావించబడినది.

ఏకుడు, వడుకు పద్ధతులలో గల తారతమ్యమువలన చేవడుకు, మిల్లువడుకు— ఈ రెంటిలో పురియొక్క నియత రాసులు వేరు వేరుగా నుండునని మనము పైన పరిశీలించి యున్నాము. కాని వాస్తవమునకు ఆ రెండు వడుకులలోను దూది రకము అనగా దాని తంతువుయొక్క పొడవు, ఘనత్వము మున్నగు వానియందలి భేదము ననుసరించియు, నూలు ముతక గాని, సన్నముగాని వడుకవలసియున్నచో దాని నంబరు ననుసరించియు, పురియొక్క నియతరాసిలో మరల మరింత సూక్ష్మభేదము లుండును. ఒక ప్రయోగకర్త భారత దేశ మందలి దూది తరగతులపై ప్రయోగములుజరిపి నూలు

యొక్క గరిష్ఠబలమునకు పురియొక్క నియతరాశిని దిగువ రీతిగా నిర్ణయించినాడు !

తంతువు పొడవు (అంగుళములలో)	అంగుళము ఒకటికి తంతువుయొక్క తూకము ($\because 10^{6}$ ఔన్సులు $= \frac{1}{1000000}$ ఔన్సు)	పురియొక్క నియతరాశి
0.75 కంటె తక్కువ	0.200 కంటె పైన	5
0.75 నుండి 0.80 వరకు	0.200 కంటె పైన	5
0.75 ,, 0.80 ,,	0.200 ,, తక్కువ	4¾
0.90 ,, 1.00 ,,	0.200 ,, ,,	4½
1.00 ,, 1.10 ,,	0.150 ,, ,,	4
1.10 కంటె పైన	0.150 ,, ,,	3½

ఆ ప్రయోగకర్తయే మరియొక పట్టికలో నూలు నెంబరుల ననుసరించి పురియొక్క నియతరాశిని దిగువరీతిగా పేర్కొనెను.

నంబరు	పురియొక్క నియతరాశి.
14	5
24	4½
34	4½
45	4
70	3½

ఈ రెండు పట్టికలును 8 వ సంవత్సరపు మహారాష్ట్ర ఖాదీపత్రిక ఒకటవ సంచికలో 15, 16 పుటలనుండి ఉదాహరించబడినవి. ఈ రెండు పట్టికలనుబట్టి దూది తంతువుల

యొక్క పొడవు హెచ్చుచున్నకొలదియు, లావు తగ్గుచున్న కొలదియు పురియొక్క నియతరాశి తగ్గును. నూలు నంబరు కూడ సన్నమగుచున్నకొలది యా రాశి తగ్గుచుండును. కాని అది 3½ కంటె ఎన్నడునూ తక్కువ కాదు. ఈ పట్టికలు గరిష్ఠబలమునకు పురియొక్క ప్రత్యేక పరిమితిని తెలియ జేయును. కాని నూలులో పురి యెంతయుండవలసినది కేవలము బలమునుబట్టి నిర్ణయింపబడదని మనము పరిశీలించి యున్నాము. ఇందు మరికొన్ని యితర విషయములు కూడ నాలోచింపవలసి యుండును. కాని యిందలి సూక్ష్మాంశములు ప్రయోగము ద్వారా తెలిసికొనవలసినవై యున్నవి. ప్రస్తుతము ఈ సూక్ష్మాంశములను విడిచిపుచ్చి పురికి సంబంధించిన కేవల స్థూలవిషయములను విచారింతము. కావున పైన నివ్వబడిన ఒకటవ సూత్రమును "ఒక వ్యావహారిక సూత్రము"గా పేర్కొనినాము.

చే వడుకునకు సంబంధించిన మా యీ లెక్కలలో పురియొక్క నియతరాశినిగురించి ప్రత్యేకముగా సూచించబడనప్పుడు అది నాల్గని భావించియే వ్యవహరించవలెను. అనగా చేవడుకు లెక్కలలో ఒకటవ సూత్రము యొక్క స్వరూపము మామూలు పద్ధతిలో $\sqrt{\text{నంబరు}} \times 4$ = ఒక అంగుళములో పురులసంఖ్య అయియుండును. ప్రత్యేక ప్రయోగములలో గాని లేక అప్పుడప్పుడు దూది తంతువులలోని ప్రత్యేకతవల్ల కాని చే వడుకు, మిల్లువడుకులలో గూడ నియతరాశియొక్క యీ పరిమాణము మారి 3½—5 కు మధ్యలోగాని, కొంచెము హెచ్చుతగ్గుగాగాని యుండవచ్చును.

కాని యిట్టి సందర్భములలో అట్టి సూచనకూడ ఇవ్వబడును. ఈ నియతరాశి సంఖ్య నిశ్చితమైన పిమ్మట ఒకటవ సూత్రము ననుసరించి పురియొక్క పరిమాణములకు సంబంధించిన వివిధములగు లెక్కలు చేయబడును. ఇపుడు మనము కూడ నిదేవిధమగు లెక్కలను ప్రారంభించుదము.

ఉదాహరణ:— 9 వ నంబరు ఒక అంగుళము నూలుకు ఎంత పురి యుండవలెను ?

విధానము:— నూలువిషయమై ప్రత్యేకమగు సూచనయేమియు లేదు. కావున మామూలు చేనూలు లెక్కనే చేయుదము. ఒకటవ సూత్రము ననుసరించి 9 వ నంబరు నూలు పురి లెక్క $\sqrt{9} \times 4 = 3 \times 4 = 12$ అగును. అనగా 9వ నంబరు 1 అంగుళము దారములో పురులసంఖ్య 12 యుండవలెను. ఇది యుత్తరము.

అభ్యాసముకొరకు ఇదేవిధమగు మరికొన్ని యుదాహరణములు ఇచ్చుట నీయబడుచున్నవి:—

(1) 16 వ నంబరు 1 అంగుళము దారమునకు పురులసంఖ్య ఎంత కావలయును ?

సమాధానము 16

(2)	25	,,	,,	20
(3)	36	,,	,,	24
(4)	49	,,	,,	28
(5)	60	,,	,,	30.9836
(6)	80	,,	,,	35.7768
(7)	100	,,	,,	40

(8)	150	,,	,,	48.9896
(9)	400	,,	,,	80
(10)	4	,,	,,	8
(11)	12	,,	,,	13.8620
(12)	20	,,	,,	17.8884

ఈ లెక్కల సందర్భములోను, మరియు నూలు వ్యాసమునకు సంబంధించిన లెక్కలు చేయునపుడును ఒక విషయము జ్ఞప్తి యుంచుకొనవలెను. ఏ సంఖ్యయైనను నాల్గురెట్లు పెరిగినపుడు ఆ మొదటి సంఖ్య వర్గమూలముకంటె ఆ నాల్గురెట్ల సంఖ్య వర్గమూలము నాలుగురెట్లుగాక కేవలము రెట్టింపగును.

ఉదాహరణ :—9 కి వర్గమూలము 3 ను, 36 కు వర్గమూలము 6 ను అగును. అనగా ఏసంఖ్యలయొక్క యనుపాతము 1 : 4 అయియుండునో ఆ సంఖ్యల వర్గమూలముల యొక్క యనుపాతము క్రమముగా 1 : 2 అయియుండును. దీనినిబట్టి క్రింద నుదహరింపబడిన నియమమును జ్ఞాపకముంచుకొనవలెను.

"నూలు నంబరు నాల్గురెట్లు పెరుగునపుడు (సన్నమగునపుడు) దాని పురి కేవలము రెండు రెట్లగును." అట్లుగాక నూలునంబరు నాలుగురెట్లు తగ్గునపుడు దాని పురి సగమే తగ్గును.

పై లెక్కలన్నియు నియతరాశి 4 అని అనగా "క" = 4 అని భావించి చేయబడినవి. అభ్యాసముకొరకు అవే

లెక్కలను నియతరాశిని $3\frac{3}{4}$ గా గాని లేక $3\frac{1}{2}$ గా గాని తీసికొనికూడ జేయవచ్చును.

ఏదేనొక నంబరు నూలుకు తగిన పురులసంఖ్యను నిర్ణయించునట్టి లెక్కను, సూత్రమును మనము తెలిసికొని నాము. అట్లుగాక పురులసంఖ్య ననుసరించి తగిన నంబరును నిర్ణయింపవలసి యుండేయెడల ఏ విధముగా లెక్క చేయవలసినది, ఎట్టి సూత్రమును వర్తింపజేయవలసినది తెలిసికొనుటకు దిగువ లెక్క చేయుదు.

ఉదాహరణ :— (2) 16 పురులలో 1 అంగుళము దారము వడుకబడునెడల ఆ దారము నంబరు ఎంతై యుండవలెను ?

విధానము :— మొదటి యుదాహరణకు ఇది వ్యతిరేకము. ఈ ప్రశ్నయందలి తాత్పర్యము ఇవ్వబడిన పురి సూత్రము ననుసరించి 16 పురులు ఏ నంబరుయొక్క 1 అంగుళము దారమునకు యుక్తమని భావించవలెననుటయే. మనము సర్వసాధారణముగా నియతరాశి 4 అని భావించి వ్యవహరించవలసియున్నది. ఇందువలన ప్రశ్నలో నివ్వబడిన పురులసంఖ్య నాధారముగా జేసికొని, నియతరాశి 4 అని భావించిన పైన దెలుపబడిన 1 టవ సూత్రము ననుసరించి దిగువ సమీకరణ మేర్పడును. $\sqrt{\text{అంకము}} \times 4 = 16$. దీనినిబట్టి సరియగు నంబరును మనము పరీక్షించవలసియున్నది.

$$\because \sqrt{\text{అంకము}} \times 4 = 16$$

$$\therefore \sqrt{\text{అంకము}} = 4$$

$\therefore (\sqrt{\text{అంకము}})^2 = (4)^2$ $\therefore$ అంకము $= 16$. ఇది యుత్తరము. అనగా 1 అంగుళములో పురుఅసంఖ్య 16 అయినపుడు నూలు నంబరుకూడ 16 అయి యుండవలెను.

పైన తెలుపబడిన విధానములో పురుల సంఖ్యనుబట్టి నంబరు సంఖ్యను తెలిసికొను పద్ధతిని మనము పరిశీలించినాము. 1 టవ సూత్రము ననుసరించి మనమా లెక్కను జేసితిమి. దీనినిబట్టి పురివలన నంబరును పరీక్షించు నీవిధమగు లెక్కకు దిగువరీతిగ వేరొక సూత్రము సిద్ధించును.

సూత్రములో నియతరాశి "ర" అని చెప్పబడినది:—

$\because \sqrt{\text{అంకము}} \times \text{ర} =$ పురులసంఖ్య (1 అంగుళములో)...... సూత్రము 1 అనగా $\sqrt{\text{అంకము}} \times \text{ర} =$ పురులు

$$\therefore \sqrt{\text{అంకము}} = \frac{\text{పురులు}}{\text{ర}}$$

$$\therefore \text{అంకము} = \left(\frac{\text{పురులు}}{\text{ర}}\right)^2 \quad \therefore \left(\frac{\text{పురులు}}{\text{ర}}\right)^2 = \text{నూలునంబరు}$$

అనగా $\left(\frac{\text{పురుల సంఖ్య}}{\text{నియతరాశి}}\right)^2 =$ నంబరు సంఖ్య. ఇది పురిని బట్టి నంబరును పరీక్షించునట్టి సూత్రమైనది.

ఈ సూత్రము ననుసరించికూడ రెండవ యుదాహరణము చేసినమీదట $(16/4)^2 = (4)^2 = 16$ అనగా 16 వ నంబరనియే సమాధానమువచ్చును. ఈ సూత్రము పురియొక్క రెండవ సూత్రమని చెప్పబడును. ఈ రెండవ యుదాహరణమునకు సంబంధించిన యుత్తరము విషయములో

పురులసంఖ్య సమానముగానుండుట ఆకస్మికమనునది దృష్టిలో నిడికొనవలెను. పురులసంఖ్య నంబరు సంఖ్యతో సమానముగా నుండునది కేవలము 16 వ నంబరు మాత్రమే. తదితరములగు నంబరు లన్నిటిలో అది నంబరు సంఖ్యకంటె భిన్నముగా నుండును. 16 వ నంబరుకంటె ముతక నంబరుల నూలులో పురులసంఖ్య నంబరు సంఖ్యకంటె హెచ్చుగాను 16 కంటె సన్నసంబరుల నూలులో పురులసంఖ్య నంబరుసంఖ్యకంటె తక్కువగాను ఉండును. అభ్యాసార్థము కొన్ని యుదాహరణములు దిగువ నీయబడుచున్నవి. వానిని చేయుటవలన నంబరు సంఖ్య, పురుల సంఖ్యలలో నెట్లు భేదమేర్పడు చుండు నది తెలియగలదు.

(1) 1 అంగుళము దారములో 20 పురులున్నచో దారముయొక్క సరియగు నంబరెంత ?

సమాధానము 25

(2)	,,	,,	24	,,	36
(3)	,,	,,	36	,,	81
(4)	,,	,,	40	,,	100
(5)	,,	,,	80	,,	400
(6)	,,	,,	10	,,	6.25
(7)	,,	,,	18	,,	20.25
(8)	,,	,,	21	,,	27.5625
(9)	,,	,,	27	,,	45.5625
(10)	,,	,,	$12\frac{1}{2}$	,,	9.765625

ఇచ్చట పురులను లెక్కించి నంబరును పరీక్షించు నట్టి సందర్భములెప్పుడైనను తటస్థించునాయను ప్రశ్న యుదయించును. నంబరును పరీక్షించుట కెన్నడును పురులను లెక్కింపవలసిన యగత్యమేర్పడదనుట మొదటి ప్రశ్నకు సమాధానము. కాని సాధనరూపమైన పరీక్షకుగాని లేక యితర ప్రయోగములలోగాని పురి లెక్కలతో మనకు పనిపడుచుండును. అట్టి స్థితిలో యీ పురుల సంఖ్యను నూలుయొక్క సరియగు నంబరుతో పోల్చిచూడవలసిన సందర్భములు తప్పక తటస్థించును. ఇట్టి సందర్భములలో పైన తెలుపబడిన రెండవ పురి సూత్రము మనకుపయోగించును. తరుచుగా లెక్కకు సంబంధించిన పురికిని ప్రత్యక్షమగు పురికినిగల తారతమ్యమును చూడవలసిన యగత్యమేర్పడును.

ఇట్టి సందర్భములలో దారముయొక్క పురులను ప్రత్యక్షముగా లెక్కించవలసివచ్చును. ఇట్లు లెక్కించుటకు ప్రయోగశాలలో రెండుమూడు విధములగు చిన్నచిన్న సాధనములుండును. వాటియందు దారము పట్టించబడును. దారముయొక్క పొడవు నిర్ణయించుకొనబడును. దారమేర్పడునపుడు ఏదిశలో పురిపెట్టబడియుండునో తద్విరుద్ధమగు దిశలో అది మెల్లగా త్రిప్పబడును. విరుద్ధముగా తిరుగుటవలన దారమందలి పురి విడిపోవుచుండును. ఎన్నిచుట్లు త్రిప్పిన పురిపూర్తిగా విడిపోవునో అంతేపురి యీ దారమందున్నట్లు భావించబడును. దారముపొడవుయొక్క యంగుళములసంఖ్యతో నాపురుల సంఖ్యను భాగించగా నా దారమందలి "పురుల సంఖ్య" కనుగొనబడును.

ఈ పద్ధతిలో దారమందలి పురి యెప్పుడు పూర్తిగా విడి పోయినదో పరిశీలించుట సులభముగాదు. కేవలము కండ్లతో జూచి పరిశీలించుట చాల కష్టము. ఇందువలన సూక్ష్మదర్శక యంత్రము ఉపయోగించబడును. అయినప్పటికి తంతువులు సమానాంతరముగా గాక అడ్డదిడ్డముగా పురిపెట్టబడిన కొన్ని దారములయందలి పురి యెప్పుడు విడిపోయినది, యెప్పుడు విడిపోనిది సరిగా తెలియదు. చే నూలులో తంతువులు తరుచుగా అడ్డ అడ్డముగ పురి పెట్టబడియుండును. ఈ నూలు యొక్క పురిని సరిగా పరీక్షించు టెల్లప్పుడును కష్టమగుచుండును. మిల్లుదారములో నిట్టి కష్టముండదు. వారి ప్రయోగశాలలలో నీవిధమగు సాధన ముపయోగించి పురుల సంఖ్యను, తత్ప్రభావమును వారు పరీక్షించు చుందురు. ఏదేనొక ప్రత్యేకమగు నంబరు నూలులో పురులసంఖ్య తెలిసినచో ఆ దారముయొక్క సరియైయిన పొడవును పరీక్షించు నొక లెక్కను మనమిప్పుడు చేయుదము.

ఉదాహరణ (3) :— పురులసంఖ్య 100, నంబరు 25 అయిన యెడల దారముయొక్క పొడవు ఎన్ని యంగుళము లుండవలెను ?

విధానము:— 25 వ నంబరు 1 అంగుళము దారములో 1 టవ సూత్రము ననుసరించి $\sqrt{25} \times 4 = 20$ పురు లుండవలెను. ఇచ్చట పురుల సంఖ్య 100 అని చెప్పబడినది. కావున $100 \div 20 = 5$ అంగుళముల పొడవులో దారముండవలెను.

ఈ విధానము, ఈ లెక్కనుబట్టి మూడవ పురిసూత్ర మొకటి సిద్ధించుచున్నది. ఈ సూత్రము వలన పురులసంఖ్య, నంబరు సంఖ్యలనుబట్టి దారముయొక్క పొడవును కనుగొన వచ్చును.

పురి — సూత్రము 3

$$\frac{\text{మొత్తము దారముయొక్క పురుల సంఖ్య}}{\text{1 అంగుళము దారమందలి పురుల సంఖ్య}} = \text{దారము}$$

పొడవు అంగుళములలో మరియు, ఒక అంగుళము దారము లో పురులసంఖ్య = $\sqrt{\text{అంకము}} \times 4$ అగును.

కనుక $\frac{\text{మొత్తము పురులసంఖ్య}}{\sqrt{\text{అంకము}} \times 4}$ = దారము పొడవు అంగు ళములలో

ఈ సూత్రముయొక్క మొదటి పదమును 12, 36 లేక 48 తో భాగించినచో అంగుళములకు బదులు దారము పొడవు క్రమశః అడుగులు, గజములు, లేక పోగులలో వచ్చును.

అభ్యాసము కొరకు దిగువ నీయబడిన కొన్ని లెక్కలు చేయుడు.

(1) పురులు 400 నంబరు 100 అయినయెడల దారము పొడ వెంతయుండును ? సమాధానము 10 అంగుళములు

(2) ,, 864 ,, 36 ,, ,, 1 గజము

(3) ,, 768 ,, 16 ,, ,, 1 పోగు
(4) ,, 12.6980 ,, 40 ,, ,, 5 అంగుళములు

రాట్నములో కదురు నిర్ణీత పర్యాయములు తిరుగు నెడల వేరు వేరు నంబరుల నూలు ఎంత వడుకబడునది లేక మిల్లులలో కదురు నిమిషమునకు నిర్ణీత పర్యాయములు తిరుగు నెడల నిర్ణీత సమయములో నిర్ణీతమైన నంబరునూలు ఎంత వడుకబడునది లెక్కకట్టవలసివచ్చినపుడు పై సూత్ర ముపయోగించును. ఇపుడు మనము మన వడుకునకు సంబంధించిన మరికొన్ని యుదాహరణములు చేయుదము.

ఉదాహరణ (4) :— 20 నంబరు 20 అంగుళముల కొ్రత్తదారము వడుకుటకు కదురును ఎన్ని పర్యాయములు తి్రప్పవలెను ?

విధానము :— నూలు నంబరు 20 కనుక $\sqrt{20} \times 4$ పురులు లభించిన పిమ్మట 1 అంగుళము దారము వడుకబడును. అనగా 1 అంగుళము దారము తీయుటకు ($\sqrt{20} \times 4$ పర్యాయములు కదురును తి్రప్పవలసియుండును. మనము 20 అంగుళములు వడుకవలసియున్నది. కనుక $(\sqrt{20} \times 4) \times 20$ పర్యాయములు కదురును తి్రప్పవలసి యుండును. ($\sqrt{20} = 4.4721$) కనుక $(\sqrt{20} \times 4) \times 20 = (4.4721 \times 4) \times 20 = 17.8884 \times 20 = 178.884 \times 2 = 357.768$ పర్యాయములు కదురును త్రిప్పవలసి యుండును.

వడుకుయొక్క ప్రతి పరిశ్రమణములో కొ్రత్తదారము పొడవు తరుచుగా 16 అంగుళములనుండి 30 అంగుళములకు

దరిదాపుగా నుండును. 20 నంబరు బారకైనయెడల 20 అంగుళముల క్రొత్తదారమును వడుకుటకు ఒక్కొక్క పరిక్రమణములో ఎన్ని పర్యాయములు కదురును త్రిప్పవలసి వచ్చునో పై లెక్కనుబట్టి ఊహించబడును. వ్రేళ్ళద్వారా దారము పురి పెట్టబడునెడల అట్లు పురి పెట్టుట కెంత సమయముపట్టునది; ఎంత శ్రమ కలుగునది ఈ లెక్క వలన గ్రాహ్యము కాగలదు. ఈ విధముగా సమయమును శ్రమనుకూడ దీసికొనుటకు మానవుడు దారమునకు కంకర రాయివంటి యేదేనొక బరువైన పదార్థమునుగట్టి వేగముగా పురిపెట్టు మార్గమును పరిశోధించియుండును. పిమ్మట తక్లిని కనుగొనియుండును. తక్లిని వ్రేళ్ళతో త్రిప్పునట్టి శ్రమను నివారించుటకు దానికి చక్రము, మాల— ఈ రెంటియొక్క యుపయోగము పొడగట్టియుండును. దానినుండియే రాట్నముద్భవించి యుండును. రాట్నపు చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో దాని నిర్మాణము ననుసరించి కదురుచుట్లు 50–60 నుండి 100–125 వరకును, అప్పుడప్పుడు 200 వరకును ఉండును. నూలు నంబరు, క్రొత్త దారము పొడవు, వడుకునట్టి వేగము, వడుకునట్టి శ్రమ, నూలునందలి యోగ్యత— వీటన్నిటిలోను ఈ కదురు చుట్లవలన మార్పుకలుగును. ఇందువలన రాట్నమునందలి శక్తి లేక యోగ్యతను నిశ్చయించునపుడు చక్రముయొక్క ప్రతిచుట్టులోను ఎన్ని కదురు చుట్లుండునో గమనించు టత్యంతావశ్యకమని భావించబడుచున్నది.

మిల్లులలో కదురుచుట్లు ఏదేనొక యితర రాట్నపు చుట్లతో పోటీగా లెక్కించబడవు. అచ్చట నీ చుట్లు

నిమిషము చొప్పున లెక్కించబడును. మిల్లులలో నూలు నింపుటకు కదురును పట్టుకొని అపసవ్యముగా (అప్రదక్షిణముగా) త్రిప్పవలసిన యగత్యముండనే యుండదు. అచ్చట పట్టుడుదారమను ప్రశ్నయే లేదు. అచ్చట వడుకునట్టి, నింపునట్టి క్రియలు ఒకే పర్యాయముగా జరుగుచుండును. ఇందువలన మిల్లు కదురు నిరాటంకముగా తిరుగుచుండును. ఇట్లు నిరాటంకముగా తిరుగుటకు చుట్లను నిమిషముచొప్పున లెక్కించుట మిక్కిలి సౌకర్యము. మిల్లులలో ఎంత సమయములో, ఏ నంబరు, ఎంత నూలు వడుకబడునది అంచనా వేయునపుడు నిమిషమునకు కదురుచుట్లు—పురులసంఖ్య—పూర్తిగా దృష్టిలో నిడికొనవలసివచ్చును. అచ్చట పురి, నంబరుల వలన దారము పొడవు పరీక్షించవలసిన సందర్భములుకూడ విశేషముగా తటస్థించును. మన వడుకులో లెక్కలకు సంబంధించిన సూత్రములన్నియు మిల్లులలో నున్నట్టివే. కాని పద్ధతులలోను, అచ్చటచ్చట పరిమాణములలోను కొంత తారతమ్యము కలదు. నేడు రాట్నపు కదురుయొక్క వ్యవహారమునుబట్టి నిమిషము ఒకటికి కదురుచుట్లు పరీక్షించుచుండుటకు బదులు రాట్నము నొక పర్యాయము త్రిప్పుట వలన కదురు ఎన్ని పర్యాయములు తిరుగునో పరిశీలించుట సులభము, ఉపయోగకరమని తెలిసికొనబడినది. ముందరి లెక్కలలో దీని యుపయోగము స్వతస్సిద్ధముగనే విశదమగును.

ఉదాహరణ (5) :— దిండువ్యాసము 3/8 అంగుళము అయినయెడలను, రాట్నపు చక్రము 24 అంగుళములు అయిన

యెడలను ఒక రాట్నపు చుట్టులో కదురు ఎన్ని పర్యాయ
ములు తిరుగును ?

వివరణము :— ఈ ప్రశ్న వాస్తవమునకు యంత్ర
విద్యకు సంబంధించినది. యంత్ర విద్యానియమములను
తెలిసికొనకుండ ఈ ప్రశ్నను పరిష్కరింపజాలము. కాని
యిచ్చట నీ లెక్క చేయువారికి ఆ నియమములు తెలిసియుండు
నని మాత్రము అనగా $\frac{\text{ముఖ్యచక్రముయొక్క వ్యాసము}}{\text{దిండు వ్యాసము}}$ =
కదురుచుట్లు అను సూత్రము తెలిసియుండునని విశ్వసించ
బడును. ఈ సూత్రములో వ్యాసమునకు బదులు రెండింటి
యొక్క అర్ధవ్యాసమును లేక రెండింటియొక్క పరిమితినిఃట్టికూడ
లెక్కచేయవచ్చును. ఉదాహరణముయొక్క భావ మామూలు
వాడుక భాషమైయున్నది. 24 అంగుళముల చక్రము వర్తులా
కారమైనను గావచ్చును : లేదా ఆకులతో తయారు చేయ
బడిన అష్టకోణాకారము లేక పంచెము హెచ్చుతక్క కోణము
కలదైనను గావచ్చును. 24 అంగుళములు చక్రముయొక్క పరి
మితియైనది, లేక వ్యాసమైనది, లేక యేమైనది ఉదాహరణ
ములో స్పష్టీకరించబడియుండలేదు. మామూలు వాడుక
భాషలో చక్రముయొక్క కొలత పేర్కొనబడునపుడు అది
పరిమితియొక్క కొలత యనబడదు. చక్రము వర్తులాకార
మైనచో వ్యాసముయొక్క కొలతయనియు, కోణాకారమైనచో
దాని యాకులపొడవు కొలతయనియు చెప్పబడును. ఇచ్చట
కూడ మన మా యర్థమునే తీసికొనవలెను. సాధారణముగా
పెద్ద చక్రములు ఆకులతో తయారుచేయబడిన కోణాకారము

గలవిగానే గోచరించును. అయినప్పటికి పెద్ద చక్రములు ఎన్నడుగాని వర్తులాకారముగ నుండవని చెప్పవలనుపడను. ఈ యుదాహరణములో రెండు ఆకారములు గల చక్రములకును లెక్క కనుగొనుట యుక్తముగా నుండునను తలంపుతోనే చక్రముయొక్క నిర్ణీతాకారము తెలుపబడలేదు. రెండు విధములైన చక్రములయొక్క లెక్కనూ పరిశీలించుట వలన వాటి లాభనష్టములను గురించికూడ కొంత యభిప్రాయ మేర్పడగలదు.

ఒక చక్రపుచుట్టులో "ఎన్ని కమరు చుట్లుండునని ప్రశ్నించుటకు బదులు కమరు ఎన్ని పర్యాయములు తిరుగవలె" నని ప్రశ్నించబడినది. ఇందుకుగూడ ప్రత్యేక కారణముకలదు. మూల జారుటవలన లెక్కకు సంబంధించిన చుట్లలోను, ప్రత్యక్షమైన చుట్లలోను తరుచుగా తేడా యేర్పడును. ఈ జారుడునుగురించి మనము మున్ముందు విచారింతము. జారుడు ఏర్పడుటవలన లెక్కకు సంబంధించిన చుట్లు తక్కువగును. కావున చుట్లెన్ని యుండునో నిశ్చయముగా జెప్పుట కష్టము. ఎన్ని యుండవలసినది మాత్రమే మనము లెక్క వేయవచ్చును. భావయందలి యీ సూక్ష్మతారతమ్యమును ఎల్లప్పుడునూ దృష్టిలో నిడికొనవలెను. మన మిప్పుడు తొలుత రాట్నము వర్తులాకారముగా నున్నట్లు భావించి లెక్క చేయుదము.

విధానము:— చక్రము, బిందు,— ఈ రెండును వర్తులాకారములై యున్నవి. రెండింటి పరిధియొక్క యనుపాతము కనుగొనిగాని లేక రెండింటి వ్యాసముయొక్క యను

పాతము కనుగొనిగాని ఈ లెక్క చేయబడును. మనకు రెండింటి యొక్క వ్యాసమూ తెలియును. కావున పరిమితియొక్క లెక్కలోనికి పోవలసిన యగత్యములేదు. చక్రముయొక్క వ్యాసము 24 అంగుళములు. దిండువ్యాసము 3/8" అనగా $24 \div 3/8 = \frac{24 \times 8}{3} = 64$ పర్యాయములు కదురు తిరుగవలెనని సమాధానము వచ్చినది.

ఇక రాట్నము కోణాకారముగా నున్నదనుకొని లెక్క చేయుదము. అయితే దానిని ఎన్ని కోణములు కలదిగా భావించవలెనని ప్రశ్నించబడును. సాధారణముగా కోణాకారముగల చక్రము ఎనిమిది యాకులతో జేయబడును. కావున మనము అష్టకోణాకారచక్రముగా భావించి లెక్క చేయుదము. అప్పుడప్పుడు దాని నిర్మాణములో లోపముండుచుండును. అట్టిదానిని అపవాదముగా (exception) భావించి యిచట సమమైన అష్టకోణచక్రమునే మనము తీసికొందము. అయితే ఆకులచక్రము జములుగా (జంటగా) నుండుననిగమనించవలెను. రెండువైపుల యాకులును సరిగా నొకదాని యెదుట నొకటిగా నుంచబడవు. అవి యొకవైపునందలి రెండాకులకు సరిగా మధ్యనున్న భాగమున కెదురుగా రెండవ చక్రపుటాకు ఉండుటకు వీలుగా నుంచబడును. వీటిమీద వీటవాలుగా త్రాళ్ళు కట్టబడును. మాల వాటిమీద తిరుగును. ఒంటిత్రాడైనప్పటికి మాల కనీసము 16 చోట్ల దానిని స్పృశించును.

త్రాళ్ళు జములుగాగాని, సవ్యాపసవ్యముగాగాని యున్నయెడల అది యెక్కువ స్థానములలో స్పృశించును.

కావున చక్రముమీద మాల తిరుగునట్టి స్థానము కనీసము "16 కోణములుకలది" గా నేర్పడును. ఈ షోడశకోణాకారము అనియమితాకారముగ నేర్పడుచున్నప్పటికీ లెక్క కొరకు మనము దీనిని 'నియమితా కారము' గా భావించి వ్యవహరించుదము.

ఈ లెక్కలో దిండువర్తు లాకారమైయున్నది. చక్రము కోణాకారముగా నున్నది. ఇందువలన వ్యాసముయొక్క యనుపాతమువలన సరళమైన లెక్క యేర్పడజాలదు. ఇందు రెండింటియొక్క పరిమితిని పరీక్షించవలసి వచ్చును. దిండు పరిమితి $3/8 \times \pi = .375 \times 3.1416 = 1.178$ ... ... అంగుళములు దాదాపు ($1\frac{1}{8}$ అంగుళము) లుండును (స్థూలమైన లెక్కకు $\pi = 22/7$ను, సూక్ష్మమైన లెక్కకు $\pi = 355/113$ను తీసికొనికూడ ఈ లెక్కను చేయవచ్చును. షోడశ కోణాకార చక్రపరిమాణము కనుగొనుట యెల్లరకు జ్ఞాపకముండదు గనుక వర్తులము మొదలుకొని బహుకోణాకారము, త్రికోణాకారము వరకు పరిమితిని పరీక్షించునట్టి యొక పట్టిక దిగువ నీయబడినది.

పట్టిక

ఆకృతి	అర్థ కేంద్రి కోణము అంశములు	అర్ధకర్ణముతో అర్ధ భుజము హారముయొక్క యనుపాతము (జ్యారూపములో)	ఆకృతిలో అర్ధభుజముల యొక్క మొత్తపుసంఖ్య	అర్ధ వ్యాసము లేక అర్ధకర్ణముతో పరిమితియొక్క యనుపాతము
1 త్రికోణము	60	0.8660	6	5.1960
2 చతుష్కోణము	45	0.7071	8	5.6568

3 పంచకోణము	36	0.5878	10	5.8780
4 షట్కోణము	30	0.5000	12	6.0000
5 అష్టకోణము	22.5	0.3827	16	6.1232
6 దశకోణము	18	0.3090	20	6.1800
7 ద్వాదశకోణము	15	0.2588	24	6.2112
8 షోడశకోణము	11.25	0.1950	32	6.2400
9 వర్తులాకారము	...	...	...	6.28318

పై పట్టికలో పరిమితియొక్క యనుపాతమునకు సంబంధించి చివరకానాలో నివ్వబడిన అంకెలు అర్ధవ్యాసము అనగా త్రిజ్యా లేక అర్ధకర్ణముతోగల యనుపాతము తెల్పును. పూర్ణవ్యాసము లేక పూర్ణకర్ణముతో పరిమితికిగల యనుపాతము కనుగొనవలసి యున్నచో నయ్యది యీ యంకెలలో సగమై యుండును. అనుపాతమునకు సంబంధించిన యీ లెక్కలు త్రికోణమితివలన కనుగొనబడును. త్రికోణమితి పుస్తకములలో నిట్టి యనుపాతములను దెలిసికొనుటకు తయారైన పట్టికలు ముద్రించబడి యుండును.

వర్తులముయొక్క వ్యాసముగాని అర్ధవ్యాసముగాని, సమకోణాకారము యొక్క 'కర్ణము' లేక 'అర్ధకర్ణము' గాని మనకు తెలిసినచో నీ పట్టికవలన పరిమితియొక్క పొడవును దెలిసికొనవచ్చును. పట్టికలో వ్యాసము లేక అర్ధవ్యాసము వలన వర్తులపు పరిమితియొక్కయు, 'కర్ణము' లేక 'అర్ధకర్ణము' వలన భిన్నభిన్న సమకోణాకారముల పరిమితియొక్కయు భిన్నభిన్న అనుపాతములు మాత్రమే యీయబడినవి. ఆ కృతియొక్క

భుజములసంఖ్య పెరుగుచున్నకొలది పరిమితియొక్క యను పాతము కూడ పెరుగుచుండునని పట్టికలో గోచరించును.

"షోడశకోణ సమాకారమందు" "అర్ధకర్ణము" మరియు పరిమితియొక్క యనుపాతము క్రమముగా: (6.24) వై యుండును. కనుక 24 అంగుళముల యాకుల చక్రము యొక్క పరిమితి 6.24 అడుగులై యుండును. ఇది 74.88 అంగుళము లుండును. ఈ పరిమితిని కదురుదిండు పరిమితిచే భాగించిన లెక్కకు సంబంధించిన కదురుచుట్లు వచ్చును. దాదాపు 74.88 ÷ 1.178 = 63.56 కదురుచుట్లుండవలెనని సమాధానము వచ్చినది.

ఈ విధముగా చక్రము వర్తులాకారమైనచో కదురు చుట్లు 64 ఉండవలెననియు, అయ్యది మాల, షోడశకోణాకార మీాద తిరుగుచున్నచో కదురుచుట్లు 63.56 ఉండవలెననియు రెండు సమాధానములు వచ్చినవి. చక్రపుటాకులు తక్కువగా నున్నచో నా చుట్లు మరింత తక్కువగును. ఈ విషయము తెలిసికొనిన పిమ్మట "వర్తుల" "కోణాకార" చక్రముల యందలి గుణదోషములను గురించి కొన్ని స్థూలవిషయములను ఒక్కొక్కటిగా పరిశీలించుదము:—

1. పై యుదాహరణమును, తన్నిమిత్త మీాయబడిన పట్టికను పరిశీలించుటవలన ఎట్టి కోణాకార చక్రముకంటె నైనను పూర్ణ వర్తులాకారముగల చక్రము కదురును ఎక్కువగా త్రిప్పునను విషయ మొకటి పూర్తిగా స్పష్టపడును. ఈ తారతమ్యము స్వల్పముగానే యున్నను కదురును త్రిప్పుటయే

చక్రముయొక్క ముఖ్య కార్యమైయున్నది. దీనినిబట్టి వర్తుల చక్రమెక్కువ ప్రయోజనకరమని గ్రహించవలెను.

2. వర్తుల చక్రమందలి మరియొక ప్రయోజన మేమనగా అందు మాలకు ఎట్టి కోణాకార చక్రములలోవలెగాని యదురుదేర్పడదు.

3. రాట్నమును తయారుచేయునట్టి పరిశ్రమదృష్ట్యా, ఉన్నతము తక్కువగల చక్రములను కొయ్యతో తరిమిన పట్టి తయారుచేయుటలోను ఎక్కువ ఉన్నతముగల చక్రములను ఆకులుచేర్చి తయారు చేయుటలోను సౌకర్యముండును. ఆకులు చేర్చి చక్రమును తయారు చేయవలసినపుడు 6,8,12,16 ఈవిధముగా నెన్నియైనను చేర్చవచ్చును. కాని సంఖ్య ఎక్కువైనకొలది చేర్చునట్టిశ్రమ ఎక్కువగును. ఆకులు కొయ్యతో తయారు చేయబడునపుడు అవి సాధారణముగా ఎనిమిది యుంచబడును. వెదురుతో చేయబడునపుడు ఎనిమిదికంటె హెచ్చుగా నుంచబడును. అడుగు, అడుగుంబాతిక వ్యాసముగల చక్రమైనపుడు అప్పుడప్పుడు 6 ఆకులతో పని జరుగవచ్చును. కాని అంతకంటె పెద్ద చక్రములలో 8 ఆకులకంటె తక్కువగా నుంచబడుచో మాలకు విశేషముగా నదురు డేర్పడును. పెద్దచక్రమును ఆకులుచేర్చి తయారు చేయుటలో సౌకర్యమున్నట్లే పెద్ద చక్రము ఆకులుకలిగి యుండుటలో మరియొక ప్రయోజన మేమన నది త్వరితముగా చెడిపోదు. లేదా ఆకులుగల చక్రములో కొంత వంకర టింకర యున్నను పని జరిగిపోవుననియైనను చెప్పవచ్చును.

పూర్తిగా వర్తులమైన చక్రము కర్రి యెండిపోయిగాని, మరి యేయితర కారణముచేతగాని కొంచెము వంకరైనచో నిరుపయోగమగును. ఈ రెండు విధములగు రాట్నములును కేవలము స్థూలముగా మాత్రమే ఒకదానితో నొకటి పోల్చబడినవి. యంత్ర చికిత్సదృష్ట్యా యిందుకు సంబంధించిన యంశము లనేకములు కలవు. కాని యిచ్చట వాటిని వివరించుట నుపేక్షించుటయే యుక్తమని భావించితిని. అయితే రెండు విధములగు చక్రములకు సంబంధించిన యొక ప్రత్యేక విషయము నిచ్చట తెలిసికొనుట యవసరము. ఏలనన అట్టి విషయమును తెలిసికొననిచో ముందరి లెక్కలు బోధపడజాలవు.

ఆకుల రాట్నమున కెల్లపుడు త్రాళ్ళు కట్టవలసివచ్చును. వర్తుల చక్రములు ద్వివిధముగా నుండును. (1) త్రాళ్ళుగలవి. (2) త్రాళ్ళులేనివి. త్రాడులో కొంతవరకు స్థితిస్థాపకతాగుణము కలదు. స్థితిస్థాపకత మాలయొక్క యాకర్షణము నొకేవిధముగా నుంచుటకు తోడ్పడును. ఈ యాకర్షణము నుంచుటకు బొమ్మచెక్కలోగాని లేక స్వయముగా మాలలోగాని లేక చక్రములోగాని స్ప్రింగు అవసరమైయుండును. ఆకులమీది త్రాడు ఇట్టి యవసరమును తీర్చును. ఇందువలన స్ప్రింగు వేర్పాటులేని పురాతన పద్ధతి బొమ్మచెక్కలు వర్తుల చక్రపు రాట్నమున కుపయోగింపబడుచో చక్రముమీద త్రాడు కట్టినప్పుడే అవి యుపయోగపడగలవు. స్ప్రింగు ఉపయోగించబడిన రాట్నములలో త్రాడులేకుండకూడ వర్తుల చక్రములు చక్కగా పనిచేయును.

వర్తుల చక్రముమీద త్రాళ్ళు కట్టబడునప్పుడు వాస్తవమున కది కొంతవరకు కోణాకారముగనే యేర్పడును. ఏలనన మాల కొయ్యమీదకాక త్రాడుమీద తిరుగును. ఇందుచేత మాల, త్రాడు— వీటి సంపర్క బిందువులు అనంతముగా నుండక తగ్గిపోయి పరిమితమైయుండును. కాని, చక్రముమీద త్రాళ్లు తత్కోణాకారము పెక్కు భుజములుగల యాకారముగ నేర్పడునంత దగ్గరదగ్గరగా కట్టబడును. ఇందువలన కదురుచుట్ల లో నామమాత్రమైన భేదమేర్పడును. షోడశభుజాకారము (16 భుజములుగల యాకారము) మీగద మాల తిరుగుచున్నప్పటికి కదురుచుట్లు వర్తుల చక్రముకంటె పూర్తిగా నూటికి ఒకటి చొప్పునగూడతగ్గవని పై లెక్కలో మనము తెలిసికొనియున్నాము. అట్టి స్థితిలో 32 లేక 40 లేక అంతకంటె నధికమగు సంపర్క బిందువులపై మాల తిరుగుచుండేయెడల ఆ తేడా ఏమియు లేనట్లే యుండుననుట స్పష్టము.

ఆకులచక్రము త్రాడులేకుండ నుపయోగపడదు. అందు త్రాడు సహాయమువలననే మాల తిరుగును. త్రాడుగల చక్రము వర్తులమైనను, ఆకులుగలదైనను చక్రముయొక్క అసలు చుట్టుకొలతకంటె మాల తిరుగుచుండుత్రాడు చుట్టుకొలత కొంచెము తగ్గును. త్రాడులో స్థితిస్థాపకత యుండునని పైన చెప్పబడినది. ఈ కారణముచేత మాలయొక్క యాకర్షణమువలన త్రాడు కుంగును. దాని కుంగుదల ననుసరించియే దాని చుట్టుకొలత చక్రముయొక్క అసలు చుట్టుకొలతకంటె తగ్గిపోవును. అట్టి తగ్గుదల ననుసరించి కదురుచుట్లుకూడ తగ్గిపోవును. త్రాడును గట్టిగా నుంచుట మంచిది. ఏలనన గట్టి

త్రాడు తక్కువగా కుంగిపోవును. తక్కువగా కుంగుటవలన చుట్లయొక్క తగ్గుదలకూడ తగ్గును. గట్టిగా నుంచినచో త్రాడు యొక్క స్థితిస్థాపకతవలనగూడ విశేషప్రయోజనము లభించును.

ఇట్లు త్రాడు కుంగునపుడు మనము దానిని "త్రాడు క్రుంగుదల" యని యందుము. చుట్లను కచ్చితముగా లెక్క కట్టవలసియున్నప్పుడు ఇట్టి త్రాడు కుంగుదలను మరచిపో రాదు. అయిదవ యుదాహరణములో ఈ కుంగుదలకు మన మేమియు లెక్కకట్టియుండలేదు. త్రాడు కట్టునట్టి పద్ధతులు కూడ అనేకములుండును. మనము మన లెక్కకు ఇతర సమా ధానములు కనుగొనునపుడు ఆ పద్ధతిని కేవలము స్థూలముగ మాత్రమే ఊహించియుంటిమి. త్రాడు కేవలము షోడశభాగా కారముగానే కట్టబడుట ఆవశ్యకము కాదు. 16 భాగములైనను లేక ఎన్నిభాగములైనను అవియన్నియు ఒకేపొడవులో నుండక పోవుటకూడ సంభవించవచ్చును. మనము చేసిన లెక్కలో భాగములన్నియు సమానముగా నున్నట్లు భావించి ఈ రెండవ యుత్తరము కనుగొంటిమి. క్రుంగుదల, త్రాడుయొక్క భాగ ములసంఖ్య— ఈ రెండును హెచ్చుతగ్గుగా నుండుటవల్లను, భాగముల పొడవులో హెచ్చుతగ్గులుండుటవల్లను చక్రము యొక్క పరిమితిని లెక్కకట్టుట కష్టమగును. ఇందుకు ఉన్నత తరగతికి సంబంధించిన లెక్కలు తెలిసియుండవలెను. ఈవిధ మగు ననేకమగునట్టియు, అనియమితమగునట్టియు భాగములు గల చక్రముయొక్క పరిమితిని పరిశీలింపవలసియున్నప్పుడు ఒక త్రాడుతోగాని లేక రాట్నపుమూలతోగాని దానిని ప్రత్యక్షముగా కొలతవేయుటయే యుక్తము. సాధారణముగా

సమకోణమై నియమితాకారముగల చక్రమునకుగూడ త్రాసుతో పరిమితిని పరీక్షించవచ్చును. కాని రాట్నమును తయారు చేయుటకుముందు కదురుచుట్లయొక్క లెక్కను తెలిసికొనవలసి యున్నచో పైన నివ్వబడిన గణితము పనికివచ్చును. ఈ విధముగా పరిమితి మున్నగువాని కొలతనుబట్టి కదురుచుట్లను తెలిసికొనుటలో మనము పైన పరిశీలించిన విధానము చుట్లను పరీక్షించునట్టి గణిత విధానమని చెప్పబడును.

ఇక మనము కదురుచుట్లను లెక్కించునట్టి ప్రత్యక్ష విధానమును గురించి యోచించుదము. ప్రత్యక్ష విధానములనేకములు కలవు. వానిలోగల లోపమేమనగా అవి రాట్నము సమర్చిన పిమ్మటనే యుపయోగపడగలవు. కాని గణితవిధానము కంటె అవి యెక్కువ సరళముగాను, సులభముగాను ఉండును. ఇది వాటి యందలి సౌకర్యము. సామాన్యులు దానిని త్వరితముగా గ్రహింపగలరు. మనమిప్పుడీవిధానములను ఒక్కొక్కటిగా పరిశీలింతము:— మొదటి పద్ధతిలో రాట్న చక్రమును మెల్లగాత్రిప్పి, అది పూర్తిగా తిరుగునప్పుడుగాని, సగము తిరుగునప్పుడుగాని లేక నాల్గవవంతు తిరుగునప్పుడుగాని కదురెన్నిపర్యాయములు తిరిగినది లెక్కించబడును! ఇట్లు లెక్కించుట సులభమగుటకుగాను కదురుమీద నింపబడిన నూలు అనగా కండెమీద నేదేనొకరంగు పదార్థముతోగాని లేక తడుసుగా సిరాతోగాని ఒక చిన్నగుర్తు వేయబడును. ఈ గుర్తు ఒక పర్యాయము ప్రదక్షిణమొనర్చినపుడు ఒక కదురు చుట్టగును. చక్రమొకపర్యాయము పూర్తిగా తిరిగినప్పుడు గుర్తు ఎన్నిపర్యా

యములు తిరుగునో అవియే యా రాట్నముయొక్క కదురు చుట్లని చెప్పబడును.

రెంతవ పద్ధతిలోగూడ మొదటి పద్ధతిననుసరించియే చక్రము త్రిప్పబడును. కాని కదురు కండెమీద నేదేనిగుర్తుంచుటకు బదులు కదురుమీద దారమును వలయములుగాపోసి అవి లెక్కించబడును. వలయములు కదురుమీద పట్టగలుగుటకుగాను అవి మిక్కిలి దూరదూరముగా పట్టింపబడవు. కాని యవియొకదానిపైనొకటి యెక్కకుండునట్లుగను, వాటిని లెక్కించుటలో కష్టము లేకుండునట్లుగను అవసరమైనంత దగ్గరదగ్గరగా పట్టించబడును. కండె కదురుమీద నింపబడినపుడు కదురు ఖాళీభాగముమీద వలయములు పట్టించుటకు నెక్కువ స్థలముండదు. కావున మొదటిపద్ధతి సౌకర్యముగానుండును. కదురు ఖాళీగా అనగా దానిమీద కండె లేకున్న యెడల రెండవ పద్ధతి శ్రేష్ఠముగానుండును. ఈ రెండుపద్ధతులలోగల యొక ప్రత్యేక గుణమేమనగా లెక్కపెట్టబడుచుట్లు ఒక పరిమితివరకు మాలయొక్క జారుడు పూర్తియైన పిమ్మట నిలుచునట్టిచుట్లు అయియుండును. మొదటిదానిలో కండె బరువువలనను, రెండవదానిలో వలయములు పట్టించునపుడు దారముయొక్క యాకర్షణము వలనను కొంతవరకు జారుడేర్పడునట్టి యవకాశముకలదు. ప్రత్యక్షముగా వడుకునవుడు ఈ కారణముల వలన జారుడు తప్పనిసరిగా నేర్పడును. కనుక నీ విధముగు జారుడు పూర్తిఅయిన పిమ్మట నిలిచిన చుట్లే కచ్చితమైన కదురు చుట్లని భావించవలెను. ఈ రెండు పద్ధతులలోను గణితపు

చుట్లకంటె "చుట్లు లెక్కించుట" యెక్కువ కచ్చితముగా నుండును.

ఒక తెల్లదారమును, ఒక రంగుదారమును తీసికొని రెంటిని రాట్నముమీద పురిపెట్టవలెను. ఇయ్యది ప్రత్యక్షముగా లెక్కించుటకు సంబంధించిన మూడవ పద్ధతి. వేరువేరు రంగులవలన రెండింటి వలయములున్ను వేరువేరుగా గుర్తింపబడగలుగును. ఈ వలయములను లెక్కింపగా చక్రముయొక్క ప్రతి చుట్టులోను ఎన్ని వలయము లేర్పడునో అవియే యా రాట్నమందు ప్రత్యక్షమైన కదురుచుట్లని భావించవలెను.

ప్రత్యక్షముగా లెక్కించుటలో నాల్గవ పద్ధతికూడ గలదు. కాని మనకది మిక్కిలి ఖర్చుతో కూడినది. యంత్రశాస్త్రజ్ఞులు చుట్లు లెక్కించుటకు తయారుచేసిన యీవిధమగు వేరువేరు యంత్రసంబంధములైన సాధనములమీదగూడ చుట్లను సులభముగాను, బాగుగాను లెక్కింపవచ్చును. కాని యీ యంత్రములు కేవలము ప్రయోగాలయములకే యుపకరించును. ప్రతి వడుకువారును ఇట్టి యంత్రముల నుంచుకొనజాలరు.

ఈ మూడు, నాల్గు, పద్ధతులలో ననుసరింపబడు లెక్కను పయితము కొలదిమేరకు కచ్చితమైన 'చుట్లలెక్క' గనే భావించుట కభ్యంతరము లేదు.

ఉదాహరణము (6) :— పదియారు భాగములుగా త్రాడు కట్టబడిన 16 అంగుళముల రాట్నముమీద 0.2 అంగుళముల వ్యాసముగల దిండుకదురు నుపయోగించునెడల

కాని చుట్లెన్నియుండును? మరియు నదేవిధముగ 24 అంగుళముల రాట్నముమీద ఎన్నిచుట్లుండును ? (ఆకులయొక్క పూర్తి పొడవు క్రమముగా 16, 24 అంగుళములని భావించవలెను) తాడు కట్టుపట్టి యెరలు లేక గాడులు ఆకుల కొనల నుండి నాల్గవవంతు అంగుళము—లోపలివైపున నాల్గవవంతు అంగుళము ఉన్నట్లు భావించవలెను. రెండు రాట్నములలోను తాడు కొకవైపునందుగల కుదింగుదల నాల్గవవంతు అంగుళముగా భావించవలెను.

విధానము :— ఈ ప్రశ్నలో రెండు సమాధానములు కోరబడినవి. తొలుత మనము 16 అంగుళముల రాట్నములో కదురుచుట్లెన్నియుండునో పరిశీలించుదము. ఆకులయొక్క మొత్తము పొడవు 16 అంగుళములని చెప్పబడినది. రెండు వైపులను ఒక్కొక్క నాల్గవవంతు అంగుళము చోటువిడిచి పుచ్చి తాడుయొక్కయెర లేర్పరచబడినవి. దీని తాత్పర్యమేమన ఆకులు 16 అంగుళములు పొడవుగానున్నను వాని మీద రెండువైపుల కట్టబడిన తాడుయొక్క యంతరము $16-(\frac{1}{4}+\frac{1}{4})=15\frac{1}{2}$ అంగుళములుండును. తాడుయొక్క కుదింగుదల నాల్గవవంతు అంగుళమని తెలుపబడినది; కనుక ఆ $15\frac{1}{2}$ అంగుళములనుండి మరి $(\frac{1}{4}+\frac{1}{4})=\frac{1}{2}$ అంగుళము తగ్గించబడునెడల మాలయొక్క రెండువైపులనందలి స్పర్శ బిందువుల మధ్యగల యంతరము కనుగొనబడును. అనగా ఆ యంతరము 15 అంగుళములుండును. 15 అంగుళముల కర్ణముగల షోడశ

భాగాకారపు పరిమితి వెనుకటి పట్టిక ననుసరించి 15 × (3.12) =46.80 అంగుళములుండును.

బిందుపరిమితి .2 × 3.1416=.62832 ఉండును. ఈ లెక్కచొప్పున రాట్నచక్రమును ఒకపర్యాయము త్రిప్పినచో కదురు $\frac{46.80}{.62832}$ =74.48 పర్యాయములు తిరుగును.

ఆకులు 24 అంగుళము లుండునెడల పైదాని ననుసరించియే గాడివరకుగల భాగము ½ అంగుళమున్ను, త్రాడు క్రిందుగల ½ అంగుళమున్ను వదలివేసినపిమ్మట మాలయొక్క స్పర్శబిందువుల యంతరము 23 అంగుళము లుండును. ఈ యంతరముయొక్క పదియారవభాగపు పరిమితి 23 × (3.12)= 71.76 అంగుళము లుండును. అనగా కదురుయొక్క గణితపు చుట్లు $\frac{71.76}{.62832}$=114.20 ఉండును...

ఈ రెండు సమాధానముల నొకదానితో నొకటి పోల్చుడు. వాడుకభాషలో మనము మొదటిరాట్నము 16 అంగుళములనియు, రెండవది 24 అంగుళములనియు చెప్పుదుము. రెంటిలోను ఒకేలావుగల కదు రుపయోగింపబడుచో మొదటిదానికంటె రెండవదానిలో ఒకటిన్నర రెట్లు చుట్లు హెచ్చుగా నుండుననియే బాహ్యదృష్ట్యా గోచరించును. కాని వాస్తవమునకు పెద్దచక్రముకంటె కదురుచుట్లు 1½ రెట్లు కంటెకూడ హెచ్చుగానుండును. ఆకులు 16 అంగుళములైనను, 24 అంగుళములైనను త్రాడుయొక్క గాడినిమిత్తము కాని కొవ్వపైన ఒకేస్థలము విడిచిపెట్టబడును. రెంటియం

ను కుదురుగా వుంచుటకూడ ఒకేరీతిగా నుండుట సాధ్యమే. కంభ వించవచ్చును. ఇట్టిస్థితిలో మాలయొక్క స్పర్శబిందువులకు ఎదురు బదురుగా నుండు అంతరము 16 నుండి 24 అనగా 2:3గా నుండక తదితరమగు వేరొక యనుపాతముగా నుండును. ఈ యుదాహరణములో అది 15 నుండి 23 వరకుండును. కనుక ఆకుల పొడవుయొక్క యనుపాతమునుబట్టి చుట్లను నేరుగా లెక్కకట్టుట తప్పు.

ఇప్పటివరకు అయిదవ యుదాహరణములో మనము "24 అంగుళముల చక్రము" అను భాష నుపయోగించి నామని స్ఫురణకు వచ్చియుండును. ఆరవ యుదాహరణములో "16 లేక 24 అంగుళముల" రాట్నమను శబ్దము ప్రయోగించినాము. రెండింటియొక్క తాత్పర్య మొక్కటియే. మామూలుభాషలో నిలువు రాట్నపుకొలత చక్రముయొక్క కొలతనుబట్టియే తెలుపబడును. చక్రము వర్తులాకారమైనయెడల నా కొలతకు ఆ చక్రముయొక్క వ్యాసమని యర్థము. ఆకులుకలదైనచో నా కొలతకు ఆ చక్రపుటాకుల పొడవని యర్థము. ఈ కొలతను మామూలుభాషలో "రాట్నపువ్యాస" మందురు. ఎప్పుడైనను పోగుల మెన్నికకు సంబంధించిన సరియగు లెక్కలు చేయవలసి యున్నచో రాట్నముయొక్క లేక చక్రముయొక్క యీ కొలత లేక వ్యాసమువలన ప్రయోజనమేమియో పూర్తిగా తెలిసికొనవలెను.

పోగులు లెక్కించు పద్ధతులను, తత్సంబంధమగు గణితశాస్త్రమును, మరియు లెక్కించునపుడు గమనింపదగిన ముఖ్యవిషయములను స్థూలముగా మనము పరిశీలించి యుంటిమి. అమర్చబడిన రాట్నమునకు ప్రత్యక్షముగా లెక్కించుటయే యుక్తమనికూడ దెలిసికొని యుంటిమి. చక్రము వర్తులముగానున్నచో పరిమితిని కనుగొనునట్టి సంకటములో పడక నేరుగా దిండు, చక్రముల వ్యాసపు టనుపాతమునుబట్టి పోగులను లెక్కించ వచ్చుననికూడ గ్రహించి యుంటిమి. రాట్నము వర్తులాకారముగా లేకను, అమర్చబడి యుండకను, మనము పోగులను సిసలుగా లెక్కించవలసిన యగత్యము లేకను ఉన్న సందర్భములలో ఆకుల రాట్నములో నేదేని ప్రత్యేకపు కదురుచుట్లు ఎన్నియుండునది గణితరీతిని అంచనావేయుట కొక వ్యావహారిక పద్ధతి యుపయోగించబడును. తత్సూత్రము దిగువరీతిగ నుండును:—

$$\frac{\text{చక్రపువ్యాసము అంగుళములు} \times 3}{\text{కదురు దిండు పరిమితి}} = \text{కదురుచుట్లు లేక}$$

$$\frac{\text{చక్రపు వ్యాసము}}{\text{కదురుదిండు లేక సాడీవ్యాసము}} = \text{కదురుచుట్లు}$$ (సాడీ—ఏదేని జిగురుతో దూదిగాని నూలుముక్కలుగాని దిండుగా చేయబడినది.)

పై సూత్రమందు కేవలము మూడుచే గుణించవలెనని చెప్పబడినపుడు షట్కోణముకంటె హెచ్చు భాగములుగల చక్రముయొక్క పరిమితిని పరీక్షించుటకు దాని వ్యాసమును 3చే గాక (అనగా త్రిజ్యను 6తో) గాక అంతకంటె నేదేనొక

పెద్ద సంఖ్యతో గుణించవలసివచ్చునని మనము వెనుకటి పట్టికలో పరిశీలించియుంటిమి. అనగా పైసూత్రము ననుసరించి పరిమితిసంఖ్య కొంచెము చిన్నది, వచ్చును. కాని స్థూల గణితమునకు దాని నింత తక్కువగ పరిగణించుట కెట్టి యభ్యంతరమును లేదు. ఏలనన త్రాడు ఉండుగాడి, త్రాడు కుంగుదల మున్నగువానివలన రాట్నముయొక్క కూరాల వ్యాసము కొంచెము తక్కువగా నేర్పడక తప్పదని మనము పరిశీలించియున్నాము. ఈవిధమైన వ్యాసపు తగ్గుదలను దృష్టిలో నిడికొని పరిమితిని కనుగొనుటకు కేవలము మూడునే గుణకాంక ముగ తీసికొని పై యంశమును వదలివేసినయెడల స్థూలపు టంచనాకు రెండువిధములుగ గణితములో సౌకర్యమేర్పడును. గాడి, కుంగుదల మున్నగువాని తగ్గుదలను లెక్కకట్టవలసిన యగత్యముండదు. మరియు పరిమితియొక్క గుణకాంకమును భిన్నముగా (అపూర్ణాంకముగా) నుంచి లెక్కకట్టవలసిన యిబ్బంది యుండదు.

ఈ వ్యావహారిక సూత్రము ననుసరించి ఆరవ యుదాహరణయొక్క రెండు సమాధానములున్ను పరిశీలించుటవలన కొద్ది యంచనాకు ఈ సూత్రము సరిగా నుపయోగించునని గోచరించును. 16 అంగుళముల చక్రములోను, 24 అంగుళముల చక్రములోను ఈ సూత్రము ననుసరించి పరిమితి క్రమముగా 48 అంగుళములుగానున్ను, 72 అంగుళములుగానున్ను తేలును. తొలుత కనుగొనబడిన సమాధానములలో అవి క్రమముగా 46.80 గాను 71.76 అంగుళములుగాను వచ్చి

నవి. ఇప్పటి వ్యావహారిక సూత్రము ననుసరించి రెండింటిలోను కదురుచుట్లు క్రమముగా 76.39, 114.39 ఉండవలెనని లెక్క తేలును. పూర్వపద్ధతి ననుసరించి అవి 74.48, 114.20 గా కనుగొనబడినవి. స్థూలముగ తెలిసికొనుటకు ఈమాత్రపు తేడా యున్నప్పటికి పనిజరిగిపోవును. ఇక పైన నివ్వబడిన వ్యావహారికసూత్రముయొక్క రెండవ స్వరూపమును దృష్టిలో నిడుకొనుడు. దిండు చుట్టుకొలతకు అనగా పరిమితికిబదులు కదురు లేక దిండుయొక్క వ్యాసమునుబట్టి లెక్కచేయుటకు సూత్రము యొక్క యీ రెండవరూప ముపయోగించును. దిండు లేక సాడీ పరిమితి లేక వ్యాసముయొక్క ప్రత్యక్షపు కొలతను తీసికొన్నప్పుడే యీ సూత్రమువలన నుపయోగము కలుగగలదు. పరిమితికిగాను ఏదేనొక సన్నని దారముతో కొలిచియు, వ్యాసమునకుగాను ఏదేనొక కంపాస్‌తో కొలిచియు క్రమముగా దాని పొడవు లేక యంతరము ఏదేనొక యడుగుబద్దమీద పరీక్షించబడును. అలవాటైనపిమ్మట వ్యాసపు కొలతను సూక్ష్మభాగములుగ గుర్తుపెట్టబడిన యేదేనొక యడుగుబద్దతో నేరుగా సయితము కొలత వేయవచ్చును.

స్థూలమైన లెక్కలకున్ను, దిండు లేక సాడీని ప్రత్యక్షముగా కొలతవేయజాలని పరిస్థితిలోను కదురు లావునుబట్టియే చుట్లు అంచనావేయబడును. సాధారణముగా కదురు దండ మెంతలావుగా నుండునో అంతకంటె రెట్టింపు లావుగల సాడీ లేక దిండు యుండవలెనని యనుభవములో తేలుచున్నది. ఇందువలన దిండు లేక సాడీని తయారుచేయుటలో తేడా

యేర్పడుచున్నను, అది సరిగా రెట్టింపులావు కాజాలకున్నను స్థూలమైన లెక్కలలో అది రెట్టింపుగా భావించబడును. అనగా కదురు దండము 1/8 అంగుళము వ్యాసము కలిగియున్నచో సాడీ ¼ అంగుళము వ్యాసము కలదైయుండునని భావించి కదురుచుట్లను షుమారుగా తెలిసికొందుము.

కదురు దండముయొక్క లావును అంగుళములలో తెలిసికొనుటతోపాటు 'గేజి' లో తెలిసికొనుటకూడ లాభకరము. లోహపు దండముల లావు, దుకాణములలో గేజివలనగూడ కొలతవేయబడును. ఈ గేజులు మన సేరు మొదలైన కొలతలవలె వేరువేరు ప్రమాణములు కలవిగాగూడ నుండును. అయితే మనమిందులో ఒక గేజిని తీసికొని మన లెక్కలను జేయుదము. మనము తీసికొన్న గేజిలో నివ్వబడిన నంబరున్నూ, ఆ నంబరుయొక్క లావున్నూ మిల్లిమీటరులలోను, అంగుళములలోను ఎంతయుండునది తెలుపునట్టి పట్టిక ముందు ఇవ్వబడినది.

పట్టిక

(1 మిల్లిమీటరు × 0.03937=అంగుళము)

గేజి	మిల్లీ మీటర్లు	అంగుళములు	గేజి	మిల్లీ మీటర్లు	అంగుళములు
1	7.62	.2999	6	5.16	.2031
2	7.21	.2838	7	4.57	.1799
3	6.58	.2590	8	4.19	.1649
4	6.05	.2381	9	3.76	.1480
5	5.59	.2200	10	3.40	.1338

11	3.05	.1200	24	0.56	.0220
12	2.76	.1086	25	0.51	.0200
13	2.41	.0943	26	0.46	.0181
14	2.11	.0830	27	0.41	.0161
15	1.83	.0720	28	0.36	.0141
16	1.65	.0649	29	0.33	.0129
17	1.47	.0578	30	0.30	.0118
18	1.24	.0488	31	0.25	.0098
19	1.07	.0421	32	0.23	.0090
20	0.89	.0350	33	0.20	.0078
21	0.81	.0318	34	0.18	.0070
22	0.71	.0279	35	0.13	.0051
23	0.64	.0251	36	0.10	.0039

ఒకానొక ప్రత్యేకపు గేజి కలిగిన దండముగల కదురు మనకు యుక్తముగా నుండునా లేదా యను విషయమును నిర్ణయించునప్పుడు ఈ పట్టికలోని సంఖ్యలు వినియోగపడును.

ఇక పై వ్యావహారిక సూత్రమును, ఈ పట్టిక యందలి సంఖ్యలను తీసికొని అభ్యాసార్థము కొన్ని యుదాహరణములను ముందర నిచ్చుచున్నాము. వీనిలో రాట్నపు కొలతలో తాఁడు మున్నగువాని కేవిధమగు తగ్గుదలను చేయకుండగనే ఈ లెక్కలు చేయుడు. కదురు వ్యాసమివ్వబడినచోట సాడి లేక దిండుయొక్క వ్యాసము అంతకంటె రెండింత లుండునని భావించి వ్యవహరించవలెను.

(1) 12 అంగుళముల రాట్నములో $\frac{1}{4}$ అంగుళము చుట్టుకొలత గల సాడీ కలిగిన కదురుయొక్క చుట్లు ఎన్నియుండవలెను ? ఉత్తరము:–48

(2) 14 అంగుళముల రాట్నములో $\frac{1}{4}$ అంగుళము చుట్టుకొలత గల సాడీ కలిగిన కదురుయొక్క చుట్లు ఎన్ని యుండవలెను. ఉత్తరము:–56

(3) 16 ,, ,, 13/16 ,, ? ఉత్తరము:–$59\frac{1}{13}$

(4) 18 ,, ,, 17/32 ,, ? ఉత్తరము:–$101\frac{1}{17}$

(5) 16 ,, ,, 3/16 అంగుళము వ్యాసముగల ఉత్తరము:-$85\frac{1}{3}$

(6) 24 ,, ,, 5/16 ,, ? ఉత్తరము:–$76\frac{4}{5}$

(7) 30 ,, ,, 1/4 ,, ? ఉత్తరము:–120

(8) 16 ,, ,, 3/32 అంగుళముగల (0.09375 అంగుళముగల) దండము కలిగిన కదురుయొక్క చుట్లు ఎన్ని యుండును ? ఉత్తరము.–$85\frac{1}{3}$

(9) 20 అంగుళముల రాట్నములో 3 మిల్లీమీటర్ల వ్యాసము గల దండము కలిగిన కదురుయొక్క చుట్లు ఎన్ని యుండును ? ఉత్తరము:–84.66

(10) 24 అంగుళముల రాట్నములో 13 వ గేజి కదురు చుట్లెన్నియుండును ? ఉత్తరము:–126.47

ఈ లెక్కలవలన ఏదేనొక రాట్నములో గణితరీతిని చుట్లు ఏవిధముగ అంచనా వేయబడునో బోధపడును. ఈ లెక్కలలో జారుడు, కుంగుడల మున్నగునవి వదిలివేయబడినవని గుర్తుంచుకొనవలెను.

ఉదాహరణ:— (7) 13 వ గేజి దండముగల కదురుకు 120 చుట్లుండవలెనన్నచో రాట్నపు చక్రము ఎంతకావలెను?

విధానము:— పదమూడవ గేజి యనగా 2.41 మిల్లీమీటర్లు. అనగా దండముయొక్క వ్యాసము 2.41 మిల్లీమీటర్లుండును. దీని అంగుళములు 2.41 × 0.03937 = 0.0948817 అగును. సాడీ లేక బిందును తగిలించినపిమ్మట దాని వ్యాసము రెట్టింపు, అనగా 0.1897634 అంగుళమగును. స్థూలపద్ధతిని దీనిని మనము 0.2 అంగుళమని భావించవచ్చును. మనకొక చుట్టులో 0.2 అంగుళము వ్యాసముగల బిందు లేక సాడీ కలిగిన కదురు 120 పర్యాయములు తిరుగునంతటి పెద్ద చక్రము కావలెను. అనగా బిందు వ్యాసముకంటె 120 రెట్లు వ్యాసముగల చక్రము కావలెను. అది 0.2 × 120 = 24 అంగుళములుండునని సమాధానము వచ్చినది. వెనుకటి యభ్యాసమునకు సంబంధించిన 10 యవ యుదాహరణములో 24 అంగుళముల చక్రమును, 13 వ గేజి కదురున్ను అయినయెడల 126.47 చుట్లు పేర్కొనబడినట్లు గోచరించును. అట్టి స్థితిలో నీయుదాహరణమందు అవే కొలతలనుబట్టి 120 చుట్లలెక్క సరిపడుచున్నది. ఇట్టి తేడాకుగల కారణమేమనగా మనము లెక్క సౌకర్యముకొరకు 0.1897ను 0.2 అంగుళముగా భావించినాము. వాస్తవమునకు జారుడు క్రింగుదలమున్నగు వానివలన గణితపు చుట్లకంటె ప్రత్యక్షమగుచుట్లు తక్కువగానే యుండును. ఇందువలన స్థూలముగ లెక్కకట్టునప్పుడు గణితపు చుట్లు కొంచెము తక్కువగా వచ్చునట్లు తేడాను

సంఖ్యలలో నేర్పరుచుట కష్టాంతరతరమని భావించరాదు. తొలి ప్రకరణములో అనుపాత వేగమును విచారించునపుడు మనము వివిధములగు నానులను ఒకదానితో నొకటి పోల్చి చూచితిమి. ఇచ్చట కదురు తిరుగు వేగమునకు సంబంధించిన లెక్కను అవగాహనచేసికొనుచు మనమిప్పుడు వివిధప్రాంతములకు, పెక్కు తరగతులకు, వేరువేరు కొలతలకు సంబంధించి రాట్నములను కొంతవరకు దృష్టిలో నిడికొందము. ఇది మన ప్రధానవిషయము కదురుచుట్టుకు సంబంధించినది. ఇందువలన ఈ రాట్నములయొక్క ప్రతిభాగమును గురించి కాక చక్రముయొక్క యాకారము, ఉన్నతము, కదురుయొక్క లావునుగురించియే యెక్కువగా విచారించుదము. ఈ సందర్భములోనే కదురు పొడవు మున్నగు కొన్ని ఇతర విషయముల కూడ కొద్దియో గొప్పయో విచారించవలసియుండును. పై లెక్కలవలన కదురు వేగమును వెంపొందించుటకు రెండు మార్గములు కలవను విషయమొకటి స్పష్టముగా బోధపడును. (1) రాట్నచక్రముయొక్క వ్యాసమును హెచ్చించుట (2) కదురు దండెముయొక్క వ్యాసమును తగ్గించుట. ఒకప్పుడు మొదటి మార్గము, మరియొకప్పుడు రెండవమార్గము ఉపయోగించబడును. అప్పుడప్పుడు రెండునూ ఉపయోగించబడును. రెంటికిని వాటివాటి పరిమితులు కలవు. రెంటిలోను వాటి వాటికి సంబంధించిన లాభనష్టములు, గుణదోషములు కలవు. చక్రపు వ్యాసమును హెచ్చించుటలోగల ఇబ్బందులు, దోష

ములనుండి, తప్పించుకొనుటకు మూడవమార్గ మొకటి కనుగొనబడినది.

పురాతనకాలములో రెండుకేని కదురు నుపయోగించునట్టి లేక దండములో చక్రము త్రిప్పునట్టి యుపాయములు అచ్చటచ్చట నాచరణలో నుండెను. నేడు వడిచక్రము నుపయోగించునట్టి నూతనవిధాన మొకటి వాడుకలోనున్నది. కాని ఈ విధానములనుగురించి యోచించుటకు ముందు మనము చక్రమునకు కదురునకుగల పరిమితులగురించి విచారించుదము. తొలుత కదురునుగూర్చి విచారించుదము.

పూర్వకాలమున కదుళ్ళు ఇనుముతో చేయబడుచుండెడివి. ప్రస్తుతకాలమున ఉక్కు కదుళ్ళు తయారై నానాటికి పాతకాలమునాటి యినుపకదుళ్ళకు బదులుగా నుపయోగింపబడుచున్నవి. ఉక్కు కదురునందు గల ప్రత్యేక ప్రయోజనమేమనగా అది సన్నగా నున్నప్పటికీ ఎక్కువగా వంగిపోదు. కదురు ఎంత సన్నగానుండునో అంతగానే రాట్నమును తక్కువగా త్రిప్పవలసి యుండునని మనము పైన తెలిసికొని యున్నాము. ఈ దృష్ట్యా వేగమునకు ఉక్కుకదురు ఎక్కువ ఉపయోగకరమని నిర్ధారణ మైయున్నది. కాని ఉక్కుకదురు సన్నదనమునకు గూడ తుదకొక పరిమితి యుండును. ఈ పరిమితి కదురు పొడవుమీదగూడ నాధారపడి యుండును. కదురు పొడవెంత యుండవలసినది నూలుయొక్క ముతక సన్నములను బట్టికూడ నిర్ణయించవలసి యుండును. ఇందునుగురించి కొంత వరకు మొదటి ప్రకరణములో గూడ చర్చించబడినది. నూలు

ముతకగానుండి, కదురు చిన్నదిగా నున్నచో కండె త్వరిత
ముగా నిండిపోయి మాటి మాటికి అసు పోయవలసి వచ్చును.
నూలు సన్ననై, కదురు పొడవుగా నున్నయెడల పట్టుదుబారా
మును పట్టించుటలోను, విడిపించుటలోను శ్రమయు, సమయ
మున్నూ వ్యర్థమగును. కావున ముతకనూలుకు పొట్టి
కదురు, సన్ననూలుకు చిన్నకదురు సాధ్యముగా భావించబడు
చున్నవి. కాని లావు, సన్నకదురులకు పరిమితులను నిర్ణయిం
చుటలో కొన్ని యితర విషయములుకూడ పరిశీలింపవలసి
యుండును. కదురెంత హెచ్చు పొడవుగా నుండునో ఆ
ప్రాప్తిని దానిని కొంచెమెక్కువ లావుగాకూడ నుంచవలసి
వచ్చును. లేనిచో అది ఉక్కుతో చేయబడిన దైనప్పటికి
వంగిపోవునను భయముండును. సూదిని తీసికొనుడు. అది
ఉక్కుతో తయారగుచున్నది. సూదియంత సన్నముగా కదు
రును తయారుచేసి దానిని 7 లేక 8 అంగుళముల పొడవుగా
నుంచినయెడల అది వెంటనే వంగిపోవును. 2 మొదలు 3
అంగుళముల వరకు మాత్రమే పొడవుగా నున్నయెడల అది
అంత త్వరితముగా వంగిపోదు. కాని రెండు మొదలు మూడు
అంగుళముల పొడవుగల కదురు వడుకున కుపయోగపడజాలదు.
సన్ననూలుకు దానిని కనీసము అయిదు లేక ఆరు అంగుళములు
పొడవుగాను, ముతకనూలుకు ఏడు లేక ఎనిమి దంగుళములు
పొడవుగాను ఉంచవలసి వచ్చును. అందువలన దానిని సూది
కంటె నెక్కువ లావుగానే యుంచవలసివచ్చును. ముతక
నూలుకు దానిని ఎక్కువ లావుగా నుంచవలసివచ్చును. కదు

రును లావుగా నుంచుట కిదియొక కారణము. ముతకనూలుకు లావుకదురు నుంచుటకు మరియొక కారణముకూడ కలదు. ముతకనూలు వడుకునపుడు కదురుమీద ఒత్తిడి హెచ్చుగా నేర్పడును. సన్ననూలు వడుకులో నది తక్కువగా నుండును. ఎక్కువ యొత్తిడి సహించుటలో కదురునకు శక్తి యేర్పడి యుం డుటకుగూడ ముతకనూలుకు కదురును లావుగా నుంచవలసి వచ్చును. ఇది రెండవ కారణము. కాని ఈ విషయములో ప్రకృతి మనకు సహకరించినది. కదురు లావుగా నుండునెడల నూలు తక్కువగా పురిపెట్టబడుననుట స్పష్టము. ముతకనూలు సన్ననూలుకంటె తక్కువగా పురిపెట్టబడుట ప్రకృతికిగూడ నభిమతమై యున్నది. కావున ముతకనూలుకు కదురు పరి భ్రమణ వేగము తులనాత్మకముగా తక్కువగా నుండుట అను కూలమే. మున్ముందు ముతకనూలుకు కదురు తక్కువగా తిరుగుటలో గల ప్రయోజనములను మనము అధిక విస్పష్ట ముగా తెలిసికొందుము. మనమిచ్చట మూడు విషయములను గమనించవలెను:—

1. ముతకనూలుకు పొడుగు కదురు అవసరము.

2. పొడుగు కదురు శక్తిమంతముగా నుండుటకు దానిని కొం చెము లావుగా నుంచుటకూడ నవసరము.

3. పురియొక్క నియమము ననుసరించికూడ ముతకనూలుకు ఒక పరిమితివరకు లావుకదురే యనుకూలము. అనగా ఈ మూడు షరతులున్నూ సాపేక్షితములు. ఇచ్చట

పొడవు, లావు అనగా సన్నసూలుకు యోగ్యమగు కదురు కంటె పొడవు, లావనిమాత్రమే యర్థము.

ఇంతవరకు కదురును గురించి శాస్త్రీయదృష్ట్యా విచారించబడినది. ఈ దృష్టి ననుసరించి మరల ప్రతి నంబరుకు వేరు వేరుగా తిరుగు కదుళ్ళ నుపయోగించ వలెనా? లేని యెడల ఏ నంబరులకు ఎంతపొడుగు, ఎంతలావు కదుళ్ళ నుపయోగించవలెనను ప్రశ్న స్వాభావికముగనే యుదయించును. ఆ విధముగా హిందూదేశములో ఆంధ్రదేశమునకు సంబంధించిన సన్నకదురు మొదలుకొని మిల్లుయొక్క లావుకదురువరకు పెక్కు తరగతులు గోచరించును. కాని గడచిన కొన్ని సంవత్సరముల యనుభవమునకు పిమ్మట మన రాష్ట్రములలో దిగువ నుదహరించబడిన నాల్గు తరగతుల కదుళ్ళు ఉపయోగింపబడ సాగినవి.

అంకము	కదురుయొక్క మొత్తముపొడవు:-	కదురు దండముయొక్క లావు దనము (వ్యాసము)		
	అంగుళములలో	గేజిలో	మిల్లీమీటర్లలో (షుమారుగా)	అంగుళములలో (షు॥)
6నుండి9	8	8–9	4.2నుండి3.7	0.15నుండి0.13
10నుండి14	7½	10–11	3.4నుండి3	0.13నుండి0.12
16నుండి40	7	12–13	2.8నుండి2.4	0.10నుండి0.09
40కు పైన	6నుండి5	15–16	1.8నుండి1.6	0.07నుండి0.06

ఈ విభాగములు విశేషముగా వ్యావహారిక సౌకర్యము దృష్టిలో నిడికొని చేయబడినవని చెప్పవలసియుండును. వీనిలో సంస్కరణ కవకాశముకలదు. దుకాణములలో గొందుగున కుపయోగించు ఉక్కుచువ్వలు సులభముగా లభించును. కనుక నాలుగు విభాగములకు బదులు నేడు విశేషముగా ఒకే తరగతి అనగా 12—13 గేజి కల కడ్డీలు తయారుచేసి యుప యోగించునట్టి యాచారము వృద్ధిపొందుచున్నది. కాని అన్ని నంబరులకు ఇట్టి కొలతగల ఒకేలావు కడ్డీ నుపయో గించుటవలన వడుకుటలో నిబ్బందియే కలుగును. వీనిమీద ముతకనూలు అసమానముగాను, గట్టిగాను తయారగును; మరియు సన్ననూలును తక్కువ వేగముతో వడుకవలసివచ్చును. నూలు తెగిపోవును, మరియు బలహీనముగుననికూడ భయముం డును. మధ్యమ తరగతి నంబరులకు మాత్రము 12—13 గేజిగల కడ్డీలు ఎక్కువ యనుకూలమని నిర్ధారణమైనది.

కదురు లావునుబట్టి పైన నాలుగు విభాగములే చేయ బడినప్పటికి వానినిబట్టి రాట్నములలో కదురు తిరుగు వేగము నకుగూడ నాలుగే విభాగము లుండునని భావింపరాదు. ఈ వేగము రాట్నముయొక్క చక్రముల యాకారముమీదగూడ నాధారపడియుండునని మనము పరిశీలించియున్నాము. వేరు వేరు కొలతల రాట్నములలో పైన బేర్కొనబడిన నాలుగు తరగతుల కడ్డీలను మార్చి కదురుచుట్ల సంఖ్యను అనేకరీతు లుగా తగ్గించవచ్చును, పెంపొందించవచ్చును. కాని చక్ర ములయొక్క పరిమితులనుగురించి యాలోచించుటకుపూర్వము

కదురునుగురించి మరియొక యంశమును జెప్పుట యవస
రము. పైన దెలుపబడిన నాలుగువిధముల కొలతలు సాడీ లేక
దిండు కలిగిన కదురుకు సంబంధించినవి. మరియొక తరగతి
కదురుకూడ గలదు. అందు దిండమర్చబడదు. సాడీ నమర్చ
వలసిన యగత్యముకూడ నుండదు. ఇట్టి కదురు దిండులేని
కదురనబడును. మాల తిరుగుచోటు తదితర భాగములకంటె
కొంచెము లావుగా నుండునట్లు దిండులేని కదురు తయారు
చేయబడుచున్నది. అది సాడీ లేక దిండువలె పూర్తిగా
పనిచేయుజాలునంత లావుగా నుండదు. దిండులేని కదురుతో
పనిచేయుటకు మాలకు గుగ్గిలము నుడకబెట్టి తయారుచేయ
బడిన మలాముగాని లేక జిల్లేడువంటి యోషధియొక్క పాలతో
తయారుచేయబడిన యొకవిధమగు ప్రత్యేకపు మలాముగాని
యుపయోగించబడును. బీహారులోను, తత్సమీపమందలి
కొన్ని ప్రాంతములలోను దిండులేని కదుళ్లే యుపయోగించ
బడుచున్నవి. అవి మాల తిరుగునట్టి భాగములో ఎనిమిదవ
గేజి అనగా 0.1649 అంగుళము లావుగానుండును. దక్షిణ
భారతదేశమందలి కొన్ని ప్రాంతములలోగూడ దిండులేని
కదుళ్లు గోచరించును. బీహారులో గుగ్గిలపుమలాము, దక్షిణ
దేశమున చెట్టుపాలతో తయారైన మలాము ఉపయోగించ
బడుచున్నవి. సాడీ లేక దిండు లావుకంటె దిండులేని కదురు
లావు తక్కువగా నుండును. ఈ కారణమున రాట్నపు
చక్రమును చిన్నదిగా నుంచినను సమగ్రమైన చుట్లు
లభించును. ఇవి యిట్టి కదురులుగల ప్రత్యేక ప్రయోజ

నము. కాని మనమిప్పుడు చిన్న, పెద్ద చక్రములనుగురించియే విచారించుదము.

మన మింతవరకు కదురెంత ఎక్కువ సన్నముగానుండునో అంతగానే రాట్నచక్రమునుగూడ చిన్నదిగా నుంచవచ్చునని గమనించియున్నాము. కాని మనము కదురు సన్నముగా నుండుటకు కొంత పరిమితి కలదనికూడ గమనించియుంటిమి. చక్రముయొక్క ఉన్నతమును నిర్ణయించునపుడు ఈ పరిమితిని తప్పక యోచింపవలసియుండును. భారతదేశములో ప్రాచీన లేక నూతనములగు అన్ని నిలువురాట్నముల చక్రములున్ను 12 అంగుళములు మొదలుకొని 30 అంగుళములు లేక గరిష్ఠపక్షమున 32 అంగుళములలో గానవచ్చుచున్నవి. కాని వీనిలో 16 అంగుళములనుండి 24 అంగుళముల మధ్యకొలతగల రాట్నములు విస్తారముగ నున్నవి. ఆంధ్రదేశమున మిక్కిలి సన్నని నూలు వడుకబడుచున్నది. ఇందువలన అచ్చట కదుళ్లు అన్నిటికంటె సన్నముగాను, కాని చక్రములు అన్నిటికంటె పెద్దవిగాను ఉంచబడుచున్నవి. బీహారులో నొక ప్రాంతమందలి పురాతన రాట్నములు మిక్కిలి చిన్నవిగా— కేవలము 12 అంగుళముల చక్రములు కలవిగా గోచరించుచున్నవి. అచ్చట మిక్కిలి ముతకనూలు వడుకబడును. అచ్చట దూదికూడ ముతకనూలుకే తగియుండును. ఈ చక్రములు రాతితో తయారుచేయబడినట్లు కానవచ్చినవి. చరఖాసంఘమువారు అచ్చట నవలోకించినపుడు శిలాయుగమును స్మరణకుదెచ్చు నీ సాధనములు నేడుకూడ అమలులోనున్నట్లు చూచి యాశ్చర్య

పడిరి. ఇట్టి వేరువేరు కొలతలుగల వివిధములగు రాట్నములు ఈ దేశమున కాన్పించుచున్నవి. గడచిన కొన్ని సంవత్సరములలో తయారుచేయబడిన క్రొత్త రాట్నములుతప్ప ప్రతి ప్రాంతములోను అతి ముఖ్యములగు ప్రాచీనపు తరగతి రాట్నములు కలవు. వాటినిగురించి తులనాత్మకమగు (comparative) భోగట్టా కొంత దిగువ నీయబడుచున్నది. వేరువేరు దృష్టులను బట్టి అభ్యాసముకొరకు నీ భోగట్టా ఉపయోగకరముగ నుండగలదు.

పై పట్టికలో సింధుతప్ప శేషించిన ప్రాంతములలోని పాత నమోనాలనుగురించియే వివరించబడినది. వాటియందే నేను కొద్దికొద్ది సంస్కరణలు చేయబడుచున్నవి. పట్టికలో నా సంస్కరణములను వివరించుట మానివేసితిని. అట్లే అందు పాడీలావునకు సరియగు నంకముల నివ్వజాలకపోతిని. సామాన్యముగ పాడీ కదురు లావుకంటె రెట్టింపు లావుగా నుండవలెను. కాని అచ్చటచ్చట మూడురెట్లు లేక అంతకంటెకూడ హెచ్చు లావుగా కానవచ్చుచున్నది. ఇట్టి తరగతులలో కదురుచుట్లు స్వాభావికముగనే మిక్కిలి తక్కువగా నుండును. సాధారణముగా పురాతన రాట్నములలో కదురుచుట్లు 40 నుండి 50 ప్రాంతాల నున్నట్లు కానుపించును. ప్రాచీనకాలమున పొట్టి ఏసుల దూదితో ముతకనూలు వడుకునట్టి సంప్రదాయము విస్తారముగ నుండుట కిదియే కారణమైయుండవలెను. సన్న నూలు వడుకబడుచున్న ఆంధ్రమువంటి ప్రాంతమందు కదురు చుట్లుకూడ హెచ్చుగా నుంచబడుచుండెడివి. మరియు నిందు నిమిత్తము చక్రముకూడ పెద్దదిగా నుంచబడుచుండెడిది. ఇక మనము పెద్దచక్రమందలి గుణదోషములను విచారించుదము.

త్వరగా పురి పెట్టబడుటలో పెద్దచక్రము దారమునకు సహాయపడును. ఇయ్యది అవశ్యముగా నందొక ప్రయోజనమైయున్నది. కాని యీ ప్రయోజనముతోపాటు చక్రము పెద్దదిగా నుండుటలో గల దోషములు కూడ కొన్నికలవు. పెద్ద చక్రమును తయారుచేయుటలో కర్ర హెచ్చుగా పట్టును. శ్రమకూడ హెచ్చుగా నుండును. పెద్దచక్రపు రాట్నము

ఇంటిలో స్థలము నెక్కువగా నాక్రమించును. ఇవికాక వృద్ధ స్త్రీలు, దుర్బలులగు వడుకువారలదృష్ట్యా పెద్దచక్రము నందలి ప్రత్యేక దోషమేమనగా ఆసనమునుండి కదురు చాల దూర ములో నుండిపోవును. ఇట్టి దూరమువలన పరిక్రమణమును గూడ పెద్దదిగా వడుకవలసి వచ్చును, మరియు ఏకుదగ్గరకు చేతినెక్కువ చాచవలసి వచ్చును. దారము తెగినప్పుడు తెగినకొనను కదురుకొననుండి తీయుటకు నెక్కువగ వంగవలసి వచ్చును. ఈ యంశములన్నియు హెచ్చుశ్రమను, అలస టను కలిగించునట్టివి. కావున పెక్కుమంది. ఇట్టి శ్రమను నివారించుకొనుటకు చక్రమును హెచ్చుగా త్రిప్పుటలో గల కష్టమును సహించియైనను చిన్న చక్రమున కిచ్చగింతురు.

పెద్దచక్రపు రాట్నములో ఆసనమునుండి కదురు దూర ముగ నుండిపోవుటకు ప్రత్యేక కారణము కలదు. చక్రముల మీది మాలపట్టు, వాని పరిమితియొక్క స్పర్శాత్మక భాగము మీద నాధారపడి యుండును. ఈ స్పర్శాత్మక భాగము ఎంత పెద్దదిగా నుండునో అంతగా మాలపట్టు హెచ్చుగా నుండును. ఈ దృష్ట్యా త్రిప్పునట్టి చక్రము, తిరుగునట్టి చక్రము— ఈ రెండు చక్రముల కేంద్రములకుగల యంత రము రెండింటియొక్క త్రిజ్యా యందలి యంతరముకంటె కనీసము మూడు రెట్లుండవలెనని లెక్కకట్టబడినది. చక్రము 16 అంగుళము లైనయెడల దాని త్రిజ్యా 8 అంగుళములై యుండును. కదురుదిండు త్రిజ్యా యేమియు లేనట్లె భావించు నెడల $8 \times 3 = 24$ అంగుళముల యంతరము రాట్నపు టిరు

సును, కదురుకు మధ్యనున్నచో అది సరియని భావించబడును. రాట్నము 30 అంగుళము లున్న యెడల చక్రముమధ్యనుండి 15 × 3=45 అంగుళముల దూరములో బొమ్మచెక్క నమర్చ వలసి యుండును. ఇంత దూరములో నుంచనియెడల మాల జారిపోవును. కదురుచుట్టు తిక్కవేయను పెద్దచక్రము నుంచు టకు గల మూలకారణమే సిద్ధింపదు. ఈ యంతరము 45 అంగుళములు ఉంచబడునెడల ఆసన మెట్టుట నుండవలెనను క్లిష్టసమస్య యేర్పడును. కదురువైపు కూర్చబడునెడల చేతిపిడి దూరమైపోవును. పిడికి దగ్గరగా గూర్చుండుటకు ప్రయత్నించు నెడల కదురు దూరమైపోవును.

పెద్ద రాట్నములను తయారు చేయించుటలో నీ యంశము లన్నిటిని పెద్దలు దృష్టిలో నిడికొనవలసి వచ్చును. పెద్ద చక్రమునకు గూడ నొక పరిమితియైయున్నది. ప్రాచీన రాట్నములలో నిట్టి పరిమితి సరిగా నుంచబడెడిది కాదని పై పట్టికవలన గోచరించును.

ఈవిధమగు పెద్ద రాట్నములలో పెడవైపున కూర్చుని వడుకుటవలన పెద్ద పరిక్రమణమును దీసికొనుచు, పొడవైన క్రొత్త దారమును తీయవచ్చును. దీనిని కొందరు లాభకరమని భావింతురు. కాని పైన ఇందుగల యిబ్బందులుకూడ దెలుపబడినవి. ఇవిగాక ఈవిధమగు వడుకులో తరుచుగా వడుకు కోణము తులనాత్మకముగా (comparatively) చిన్నదైపోవును. ఇది మరియొక దోషము. చిన్న వడుకుకోణములో కదురు కొననుండి దారము విస్తారముగ తెగిపోవునట్టి యవకాశము,

కదురు దడదడయొక్క యదురుడువలన నేర్పడు విశేషాకర్ష ణము, పురి వెడలుటలో నేర్పడగల యవరోధము మున్నగు దోషములు కలుగును. ఈ యిబ్బందులన్నిటివలన చక్రమును పెద్దదిగా నుంచునట్టి యుపాయము పరిమితమగుచున్నది.

ఈ పరిమితులలోనుండి, చుట్లు నెక్కువగా సంపా దించుటకు ప్రాచీనకాలమున నెంతగా యోచించబడినది మనకు బీహారు రాట్నపు కదురు, పురాతన సావలీ రాట్నములద్వారా తెలియుచున్నది. దిండు లేని కదురునుగురించి తొలుతనే చెప్ప బడినది. సావలీలో దిండు లేని కదురు ఉపయోగింపబడుట లేదు. చక్రముకూడ చిన్నదిగా, షుమారు 14 అంగుళములు కలదిగా నుండును, కాని తక్కువ శ్రమతో ఆచక్రమునే వడిగా త్రిప్పు నట్టి మార్గము అచ్చట కాన్పించుచున్నది. కుమ్మరి వాని చక్రమేవిధముగా నొక దండముతో త్రిప్పబడునో అదే విధముగా సావలీరాట్న చక్రపు పిడిని ఒక పొడుగైన సన్నని దండముద్వారా త్రిప్పెదురు. దండమువలన మిక్కిలి తక్కువ శ్రమతో హస్తచాలనమును విశేషముగా తగ్గించుచు నెక్కువ వడిగా నా చక్రమును ద్రిప్పెదురు. చక్రము చిన్నదిగా నుండుటవలన దాని ప్రతి చుట్టులోను కదురు తక్కువగా తిరుగుచున్నను స్వాయముగా చక్రము వడిగా తిరుగుటవలన మొత్తము కదురుచుట్లు వృద్ధిచెంది కదురున కావశ్యకమగు వేగము లభించును. ఈ పద్ధతిలో చక్రము పెద్దదైనయెడల గాని, లేక రాట్నమే దేని కారణముచేత బరువుగా తిరుగుచున్న గాని దానిని దండముద్వారా త్రిప్పుట యెక్కువ కష్టమగును.

మరియు చేతికి నొప్పికలుగ నారంభించును. కాని చిన్న చక్రముగల తేలిక రాట్నమైనచో దండముద్వారా దానిని త్రిప్పునట్టి పద్ధతి మిక్కిలి ఫలవంతముగా నుండును. ఈ పద్ధతి యందుగల పరిమితులను, గుణదోషములకు సంబంధించిన తదితర విషయములను యంత్రశాస్త్రమునకు వదలి మనము మన లెక్కలలో ముందుకు సాగిపోదము.

పురాతనకాలమందలి యీ విధానముల నధిగమించి వడిచక్రము నుపయోగించునట్టి నూతనవిధానము కనుగొనబడినది. కదురుచుట్లను పెంపొందించుటకు ఇదియొక ప్రత్యేకమైన యుపాయము. చుట్లను వృద్ధిపరచవలసిన యావశ్యకత లేకపోవచ్చును. కాని రాట్నమును ఉన్నతము తక్కువగా నుంచవలసి యున్నప్పటికి వడిచక్రమువలన ప్రయోజనము బడయవచ్చును. వడిచక్రము రాట్నమందలి సామర్థ్యమును పెంపొందించునట్టి యొక సాధనము. కాని అందుతో పాటు దానిని తయారుచేయుటకు ప్రత్యేక కౌశలము, ప్రత్యేక సాధనము లవసరము. మామూలు వడ్రంగి దానిని సవ్యముగా తయారుచేయజాలడు. కుగ్రామములలో వడిచక్రము తయారుచేయుట కనువగు సాధనములు సేకరించుట కష్టము. వడిచక్రములో లోహమును విస్తారముగ నుపయోగించవచ్చును. చెడిపోయినచో తమకుతాముగా దానిని మరమ్మతుచేయుటకు పెక్కుమంది కర్మకారులకు వలనుపడదు. స్ప్రింగును తయారుచేయనిదే వడి చక్రము సరిగా పనిచేయదు. ఈ విషయము లన్నిటినిబట్టి ప్రాచీన రాట్నములలో వడిచక్రము ఎందుల కుప

యోగింపబడనిది మనకు దెలియుచున్నది. కాని నేటి యుగము వేరు. పల్లెలలో గాకున్న పట్నములలోను, మామూలు వడ్రంగివలన గాకున్న ఖార్ఖానాలలోను వడిచక్రమున కవసరమైన సాధనములు, వస్తువులు మన కతిసులభముగ లభించుచున్నవి. క్రమక్రమముగా వడిచక్రము హెచ్చుగా నుపయోగింపబడుచున్నది. ఒకప్రక్కన ప్రాచీనరాట్నములకు వడిచక్రము నుపయోగించుటకు ప్రయత్నములు గావింపబడుచున్నవి. మరియొకప్రక్కన క్రొత్తరాట్నములను వడిచక్రములతోనే తయారుచేసి వానిని ఉన్నతము ప్రక్కనగా నుంచుటకు వివిధోపాయములు కనుగొనబడుచున్నవి. ఇట్లు ప్రయత్నించుటలో నేటికాలమున సరిక్రొత్త పద్ధతిగా రాట్నములు తయారగుచున్నవి. మనము వానిని అడ్డరాట్నములనుచున్నాము. ఇప్పుడీ వడిచక్రమునకు సంబంధించిన కొన్ని లెక్కలను మానమిచ్చుట పరిశీలించుదము. ఈ లెక్కలను అడ్డరాట్నమును దృష్టిలో నిడికొని చేయుదము.

ఉదాహరణము:– (౪) ఒక అడ్డరాట్నములో చక్రము, దిండ్లు— ఈ రెండింటి వ్యాసములు దిగువరీతిగ నున్నవి.

పెద్ద చక్రపు వ్యాసము 8 అంగుళములు.

వడిచక్రపు దిండువ్యాసము 1 అంగుళము.

వడిచక్రపు చక్రం వ్యాసము 3½ అంగుళములు.

కదురు దిండువ్యాసము ½ అంగుళము

ఈ రాట్నములో పెద్దచక్రము ఒక పర్యాయము తిరిగినమీదట కదురెన్ని పర్యాయములు తిరుగునో తెలుపుడు?

విధానము:— రెండు చక్రముల రాట్నములో పెద్ద చక్రపు మాల వడిచక్రపు దిండును, వడిచక్రపు మాల కదురు దిండును త్రిప్పును. ఈ రెండు దిండ్లున్ను చేర్చబడిన దిండ్లనియు, వాటి పరిభ్రమణము క్రమముగా వడిచక్రము, కదురుల యొక్క పరిభ్రమణమే యనియు జ్ఞాపక ముంచుకొనవలయును. కావున తొలుత పెద్దచక్రము ఒక పర్యాయము తిరిగినచో వడిచక్రి మెన్ని పర్యాయములు తిరుగునది పరిశీలింపవలయును. పెద్దచక్రము, వడిచక్రపు దిండుల కొలతలవలన దీనిని మనము పరీక్షింప గలుగుదుము. అడ్డరాట్నములో పెద్దచక్రము, వడిచక్రము ఈ రెండే వర్తులాకారముగా తయారు చేయబడును. కావున చక్రముయొక్క పరిధిని పరీక్షింపక ఈ లెక్కలు నేరుగా వ్యాసముయొక్క కొలతనుబట్టియే చేయుకొల్లుదుము. ఏలనన పరిధులకు ఏ యనుపాతముండునో అదియే వ్యాసములకుగూడ అనుపాతమై యుండును. దీనిని గణితభాషలో దిగువరీతిగా దెలుపవచ్చును.

∵ చక్రము, దిండు,— ఈ రెండును వర్తులాకారములు.

$$\therefore \quad \frac{\text{చక్రపు పరిధి}}{\text{దిండు పరిధి}} = \frac{\text{చక్రవ్యాసము}}{\text{దిండువ్యాసము}}$$

లెక్కలో మేము అంకెలన్నియు వ్యాసమునకు సంబంధించినవి యిచ్చియున్నాము. కనుక నేరుగా దిండువ్యాసముతో పెద్దచక్రపు వ్యాసమును భాగించి వడిచక్రపు చుట్లు కనుగొనుటలోనే సౌకర్యముకలదు. వడిచక్రపు దిండువ్యాసము

1 అంగుళము. పెద్దచక్రపు వ్యాసము 8 అంగుళములు. కనుక పెద్దచక్రము ఒక పర్యాయము తిరుగునపుడు వడిచక్రము $8 \div 1 = 8$ పర్యాయములు తిరుగునని లెక్క తేలినది. మన మిపుడు వడిచక్రము ఒక పర్యాయము తిరిగినమీదట కదు రెన్ని పర్యాయములు తిరుగునో పరీక్షించవలెను. కావున వడిచక్రపు చక్రవ్యాసమును కదురు వ్యాసముతో భాగించ వలసి యుండును. వడిచక్రపు చక్రము $3\frac{1}{2}$ అంగుళముల వ్యాసము గలదని పేర్కొనబడినది. కదురుదిండు $\frac{1}{4}$ అంగుళము వ్యాసముగలది. కావున వడిచక్రము ఒక పర్యాయము తిరుగునపుడు కదురు $7/2 \div \frac{1}{4} = 14$ పర్యాయములు తిరుగును. పెద్ద చక్రము ఒక పర్యాయము తిరుగునపుడు వడిచక్రము 8 పర్యాయములు తిరుగునని మనము పైన దెలిసికొనియున్నాము. దీనినిబట్టి అడుగబడిన లెక్కకు పెద్దచక్రము ఒకపర్యాయము తిరుగునపుడు కదురు $8 \times 14 = 112$ పర్యాయములు తిరుగునని సమాధానము వచ్చినది.

ఈ లెక్కనుబట్టి వడిచక్రి మేవిధముగ కదురుచుట్లను హెంపొందించుటకు దోడ్పడునో బోధపడగలదు. దిండు పరిధి మూలమున అది స్వయముగా ద్రిప్పబడును. కాని అది కదురును తన పెద్ద పరిధి, అనగా చక్రముయొక్క పరిధిద్వారా త్రిప్పుచున్నది. ఈవిధముగ ఏ వడిచక్రమైనను తన దిండుకంటె తన చక్ర మెన్నిరెట్లు పెద్దదిగానుండునో అన్నిరెట్లు కదురు చుట్లను వృద్ధిపరచుటలో శక్తివంతముగా నుండును. దీనిని వడిచక్రమందలి సామర్థ్యము, వడిచక్రముయొక్క గుణనము లేక వడిచక్రపు టనుపాత మందురు.

వడిచక్రపు దిండుకొలతను, చక్రపు కొలతను కనుగొని దాని సామర్థ్యమును, దాని గుణనము లేక యనుపాతమును దెలిసికొనవచ్చును. పై లెక్కలో వడిచక్రము 3½ లేక 2 : 7 యనుపాతము గలదని చెప్పబడును. అప్పుడప్పుడు దీనిని 7 : 2 అనుపాతము గలదనికూడ జెప్పుదురు. రాట్నములో చక్రము, దిండులయొక్క యనుపాతమును దెలుపునపుడు మొదటిసంఖ్య చక్రమునకు సంబంధించియే యుండవలెననిగాని లేక దిండుకు సంబంధించియే యుండవలెననిగాని నియమమేదియు చేర్పానబడ లేదు. ఎల్లప్పుడు దిండు గతి చక్రముదైనను, కదురుదైనను ఏ చక్రముకంటె గూడ చిన్నదిగానే యుండును; కావున అనుపాత సంఖ్యలు ఎట్టివి వ్రాయబడినప్పటికి పెద్దసంఖ్య చక్రమునకును, చిన్నసంఖ్య దిండుకును సంబంధించినదిగా భావించ బడును. కొలత, అనుపాతము, గుణాంకము (గుణనము) లకు సంబంధించిన దిగువ లెక్కలు చేయుడు—

(1) వడిచక్రపుదిండు 1 అంగుళము, చక్రము 3¾ అంగుళముల వ్యాసము కలదైనచో దాని యనుపాతమెంత? ఉత్తరము 4:15

(2) వడిచక్రపు దిండు 1.1 అంగుళములు, చక్రము 4¼ అంగుళముల వ్యాసము కలిగియున్నచో దాని యనుపాతమెంత? ఉత్తరము 22:85

(3) వడిచక్రపు దిండు 1.2 అంగుళములు, చక్రము 5 అంగుళముల వ్యాసము కలిగియున్నచో దాని గుణాంకమెంతయుండును? ఉత్తరము 4⅙.

(4) $3\frac{3}{4}$ గుణాంకముగల వడిచక్రపు దిండువ్యాసము $1\frac{1}{16}$ అంగుళము లైనయెడల చక్రవ్యాస మెంతయుండును? ఉత్తరము $3\frac{63}{64}$

(5) 5 గుణాంకముగల $1\frac{1}{8}$ దిండుగలిగిన వడిచక్రపు టనుపాత మెంతయుండును? ఉత్తరము 5 : 1

(6) $4\frac{1}{2}$ గుణాంకముగల $1\frac{3}{16}$ అంగుళములు కలిగిన వడిచక్రపు టనుపాత మెంతయుండును? ఉత్తరము 9:2

(7) 6 అంగుళముల చక్రముగల వడిచక్రపు గుణాంకము 5 అయినయెడల దిండువ్యాస మెంతయుండును? ఉత్తరము $1\frac{1}{5}$

(8) 17 : 80 అనుపాతముగల వడిచక్రమందు చక్రము $5\frac{1}{2}$ అంగుళముల వ్యాసము కలదైనచో దిండువ్యాము ఎన్ని యంగుళములుండును? ఉత్తరము $1\frac{27}{160}$

ఇచ్చట యాంత్రికదృష్ట్యా వడిచక్రముయొక్క గుణాంకము (గుణనము) నకుగాని, అనుపాతమునకుగాని ప్రత్యేక పరిమితులుండునన్న విషయమునుమాత్రము తప్పక గమనించవలెను. రాట్నము బరువుగా నుండకుండుటకు ఈ గుణాంకము లేక యనుపాత మెంతయుండవలసినది పరిశీలింపవలసియుండును. ఇదిగాక యీ గుణాంకము కేవలము గణితపు చుట్లను మాత్రమే తెలుపునని కూడ గమనించవలెను. మాల జారుడు వలన నీ గణితపు చుట్లలో విశేష తారతమ్య మేర్పడవచ్చును.

ఈ లెక్కలనుబట్టి వడిచక్రపు కొలతలు మనకు తెలియకున్నప్పటికీ వాని శక్తి, గుణాంకము, అనుపాతములు తెలిసియున్నయెడల వాటినిబట్టియైనను కదురుచుట్ల లెక్కను తేల్చ

వచ్చును. అయితే పెద్ద చక్రము, కదురుదిండుల వ్యాసములుగాని లేక పరిధుల కొలతలకు సంబంధించిన యంకెలుగాని లేదా వాటి పరస్పర అనుపాతములుగాని మనకు తెలిసియుండవలెను. వ్యాసము లేక పరిధి కొలతలవలన చుట్లను బరీక్షించుటకంటె కేవలము అనుపాతముబట్టియే లెక్కకట్టుట సులభముగాను, ఎక్కువ సౌకర్యముగాను ఉండును. పై యుదాహరణమునే తీసికొనుడు. వడిచక్రపుదిండు 1 అంగుళమనియు, దాని చక్రము $3\frac{1}{2}$ అంగుళములనియు జెప్పబడినది. అనగా త్రిప్పబడునట్టిదాని దిండు, త్రిప్పునట్టి చక్రము—ఈ రెండింటి యొక్క పరస్పర అనుపాతము క్రమశః $1 : 3\frac{1}{2}$ అనగా $2 : 7$ అయియుండును. ఉదాహరణములో మనకీ యనుపాతమే యివ్వబడియున్నచో దిండు, చక్రములవ్యాసము క్రమముగా $1 : 3$ అంగుళములే యుండుననుట కవకాశము లేకపోయెడిది. అది క్రమముగా $1\frac{1}{4}$, $4\frac{3}{8}$ (1.25, 4.375) కూడ కాగలుగుట కవకాశముండెను. కాని లెక్కనిమిత్తము దానివలన మనకెట్టి ప్రయోజనము లేదు. దిగువ నుదహరింపబడిన రీతిగా మనము నేరుగా అనుపాతమువలననే లెక్కచేయగలిగియుందుము.

వడిచక్రము లేకున్నచో పైన నివ్వబడిన రాట్నమందు కదురుచుట్లెన్ని యుండెడివో యూహింపుడు. పెద్దచక్రము 8 అంగుళముల వ్యాసమును, కదురుదిండు $\frac{1}{4}$ అంగుళము వ్యాసమును కలిగియున్నవి. ఈ లెక్కనుబట్టి కదురుచుట్లు $8 \div \frac{1}{4} = 32$ అయి యుండవలెను. కాని వడిచక్రమును $2:7$ అనుపాతము గలదాని నుపయోగించుటవలన ఈ చుట్లు $\frac{7}{2}$

రెట్లు హెచ్చుగానుండును. అనగా $32 \times \frac{7}{2} = 112$ చుట్లుండు నని సమాధానము వచ్చినది.

పెద్దచక్రము, కదురుదిండుల కొలతలకు బదులు అనుపాతమే మనకు దెలిసియుండినచో లెక్క మరింత సులభమై యుండెడిది. ఆ యనుపాతము క్రమముగా 8:¼ అనగా 32:1 అని చెప్పబడియుండును. వడిచక్రపు టనుపాతము 2:7 అని మనము పైన దెలిసికొనియే యున్నాము. ఈ రెండనుపాతములను భిన్నములలోనికి మార్చి వాటిని గుణించినచో కదురుచుట్లు వచ్చును. భిన్నములోనికి మార్చునపుడు రెండు అనుపాతముల పెద్దసంఖ్యలూ అంశస్థానములోను, చిన్నసంఖ్యలు విభాజక స్థానములోను ఉండవలెనని మాత్రము తప్పక గమనించవలెను. ఇచ్చట రెండింటి యనుపాతములున్న 32:1, 2:7 గా వచ్చినవి. పెద్దసంఖ్యలను అంశస్థానములోనికి తీసికొనగా రెండింటి భిన్నసంఖ్యలూ క్రమముగా 32, $\frac{7}{2}$ అయి యుండును. వీని గుణకారము $32 \times \frac{7}{2} = 112$ అగును. దీనినిబట్టి రెండు విషయములు గమనించబడును.

(1) చక్రము, దిండ్లయొక్క కొలతలు ఇవ్వబడినచో

$$\frac{\text{చక్రపుకొలతల గుణకారము}}{\text{దిండుకొలతల గుణకారము}}$$ సరియైన కదురుచుట్లగును. అనగా

కొలతలన్నియు ఒకే పరిమాణము గలవి కావలెను. కొలతలన్నియు వ్యాసమునకు సంబంధించిగాని, లేదా పరిధికి సంబంధించిగాని యుండవలెను. కొన్ని పరిధికి సంబంధించిగాని, కొన్ని వ్యాసమునకు సంబంధించిగాని యుండునెడల

వాటిని పరిధిలోనికిగాని, వ్యాసములోనికిగాని మార్చుకొన వలెను.

(2) చక్రము, దిండులయొక్క యనుపాతము లివ్వ బడినచో $\frac{\text{చక్రముల యనుపాతముల గుణకారము}}{\text{దిండుయొక్క యనుపాతముల గుణకారము}}$ సరియగు కదురుచుట్లగును. అనుపాతసంఖ్యతో లెక్కకట్టునపుడు చక్రముల స్థానమునకును, దిండుస్థానమునకును సంబంధించిన సంఖ్యలలో గడబిడ యేర్పడకుండునట్లు సావధానముగా నుండ వలెను.

అభ్యాసార్థము క్రింది యుదాహరణములు చేయవలెను. ఇందలి సంఖ్యలు కొన్నిచోట్ల కొలతకును, కొన్నిచోట్ల అనుపాతమునకును, కొన్నిచోట్ల వ్యాసమునకును, కొన్నిచోట్ల దిండుకును సంబంధించియున్నవి. దీనిని సరిగా గమనించియే లెక్కచేయవలెను. ఉదాహరణములను సంగ్రహముగా వ్రాయ గలుగుటకు క్రింది 'సంకేతములు' నిర్ణయించబడినవి.

ప=పరిధి	వ్యా=వ్యాసము	త్రి=త్రిజ్యా
పె=పెద్దచక్రము	చి=చిన్న అనగా వడిచక్రపు చక్రము	
వ=వడిచక్రపు దిండు	క=కదురుదిండు	

(1) 'పె' 8 అంగుళములు, 'వ' 1 అంగుళము, 'చి' 4 అంగుళములు, 'క' 0.3 అంగుళముల వ్యాసము కలవైనచో నా రాట్నములో కదురుచుట్లెన్ని యుండును?

ఉత్తరము : $106\frac{2}{3}$ చుట్లు.

(2) 'పె' 'చి' ల యొక్క పరిధులు క్రమముగా 23.562, 9.4248 అంగుళములై యున్నవి. 'వ' యొక్క వ్యాసము $1\frac{1}{4}$ అంగుళములు. 'క' యొక్క పరిధి 0.9 అంగుళము అయినయెడల కదురు చుట్లెన్నియుండును? ఉత్తరము షుమారు 63.

(3) 'పె, త్రి'=4 'చిప'=9.4248, 'వవ్యా'=1 'కవ్యా'= 0.25 అంగుళములైనయెడల కదురుచుట్లెన్ని? ఉత్తరము 96.

(4) 'పె' 'క' ల యొక్క యనుపాతము క్రమముగా 30 : 1 అయియున్నది. 3 : 11 అనుపాతముగల వడిచక్రి ముపయోగింపబడునెడల కదురుచుట్లెన్నియుండును? ఉత్తరము— 110 చుట్లు.

(5) 'పె' 'క' ల యనుపాతము 25:1 అయియున్నయెడలను, మనకు 100 కదురుచుట్లు కావలెనన్నయెడలను ఏ యనుపాతపు వడిచక్రిమునుపయోగించవలెను? ఉత్తరము 4:1.

(6) 'వత్రి' $1\frac{1}{8}$ అంగుళము, 'చివ' 4 అంగుళములు కదురుచుట్లు 128 అయినయెడల 'పె' తో 'క' కు గల యనుపాతమెంత? ఉత్తరము— 36 : 1.

(7) 'పె' తో 'క' కు గల యనుపాతము 55 : 2 అయియున్నది. వడిచక్రిము 13 : 4 అనుపాతము కలిగియున్నది. దీనిని మార్చి 5 : 1 అనుపాతముగల వడిచక్రము నుపయోగించునెడల మొదటి వడిచక్రిమువలన నేర్పడినట్టిచుట్ల సంఖ్యకును, రెండవ వడిచక్రిమువలన నేర్పడగల చుట్లసంఖ్యకును అనుపాత మెంతయుండును? ఉత్తరము— 13 : 20.

(8) ఒక రాట్నములో 'పెవ్య' = 7 అంగుళములును, 'వవ్య' = 1 అంగుళమును, 'చివ్య' = $3\frac{1}{2}$ అంగుళములును, 'కవ్య' = $3\frac{1}{2}$ అంగుళములును అయియున్నవి. కదురుచుట్లెన్ని యుండునో తెలుపుడు. 'పెవ్య' $\frac{1}{2}$ అంగుళము పెద్దదిగా చేయ బడినచో చుట్లెన్నియుండునో కూడ దెలుపుడు. 'పెవ్య' ను హెచ్చింపక 'చివ్య' ను $\frac{1}{2}$ అంగుళము పెంచినయెడల చుట్లెన్ని యుండును? ఉత్తరములు—(1) $65\frac{1}{3}$ (2) 70, (3) $74\frac{2}{3}$ చుట్లు.

రాట్నమున కొక్కచక్రమున్నపుడును, లేక వడిచక్రముకూడ నున్నపుడును, చక్రము, దిండులయొక్క కొలతలు గాని, అనుపాతములుగాని మనము తెలిసికొనియున్నపుడును, కొలతలు వ్యాసమునకుగాని లేక పరిధికిగాని సంబంధించి యున్నపుడును, కొన్నిటికి కొలతలను, కొన్నిటికి అనుపాతము లను దెలిసికొనియున్నపుడును, కొన్ని కొలతలు వ్యాసమునకు, కొన్ని కొలతలు పరిధికి సంబంధించియున్నపుడును, కదురు చుట్లను ఎట్లు లెక్కకట్టవలసినది మనము గమనించియుంటిమి. ఈ విషయమున కొన్ని సూక్ష్మాంశములను దెలిసికొనుట కూడ నవసరము.

తొలుత భాషనుగురించి యొక విషయమును దెలిసి కొనవలెను. వడిచక్రమందలి సామర్థ్యము దాని గుణాంకము (గుణకము) లేక యనుపాతమువలననే పరీక్షింపబడగలదు. కేవ లము 4 అంగుళములు లేక 5 అంగుళముల వడిచక్రమనుట వలన ఆ వడిచక్రము కదురుచుట్లను ఎన్నిరెట్లు వృద్ధిపరచగలు గునో బోధపడదు. 4 అంగుళముల వడిచక్రమనగా దాని

చక్రపువ్యాసము 4 అంగుళములగునని యర్థము. కాని దాని దిండువ్యాస మెంతయుండునది తెలియకుండ చక్రపు వ్యాసమును దెలిసికొనుటవలన మనపని పూర్తికాజాలదు. అయితే దిండు 1 అంగుళము వ్యాసముమాత్రమే కలిగియున్నయెడల 4 అంగుళముల వడిచక్రమనుటవలన చక్రముయొక్క ఉన్నతము, దాని గుణాంకశక్తి—ఈ రెండును ఒకేపర్యాయముగా బోధపడగలవు. కాని వడిచక్రపు దిండువ్యాసము 1 అంగుళము హెచ్చుతగ్గుగా నుండవచ్చును. ఈ స్థితిలో వడిచక్రము కేవలము చక్రమును కొలుచుటవలననే గుర్తింపబడజాలదు. కొంతవర కర్థమగునటుల మన యవసరములనుబట్టి దానిని మూడువిధములుగా గుర్తింపవచ్చును.

(1) వడిచక్రపు దిండు, చక్రము—ఈ రెండింటి కొలతలు.

(2) వడిచక్రపు దిండు, చక్రములయొక్క పరస్పర అనుపాతము.

(3) వడిచక్రముయొక్క గుణనాంకము.

మనము వడిచక్రముయొక్క ఉన్నతము తెలిసికొనుట తప్పక అవసరమైనప్పుడు మొదటి పద్ధతి నుపయోగించవలెను. కేవలము కదురుచుట్లనుమాత్రమే లెక్కకట్టవలసియున్నప్పుడైతే రెండవ లేక మూడవపద్ధతి యనుభాషలో వడిచక్రముయొక్క శక్తిని దెలుపుట యుక్తముగా నుండును. ప్రతి వడిచక్రమునీాద దాని గుణనాంకము చెక్కబడినచో వడుకువారలు సులభముగా దానివలన ప్రయోజనము బడయగలరు.

భ్రామవిషయమున గమనింపతలసిన మరియొక యంశ మేమనగా రాట్నముయొక్క చక్రమునకును, దిండుకును రెండేసి వ్యాసములుండును. ఒకటి చక్రము లేక దిండుకు వెలుపలియంచుయొక్క వృత్తాకారపు వ్యాసమనబడును. రెండవది చక్రము లేక దిండు గాడి యుపరిభాగముయొక్క పరిధివ్యాసమని చెప్పబడును. మొదటిది పెద్దది. రెండవది చిన్నది. మొదటి వ్యాసమునకును, రెండవ వ్యాసమునకును పరస్పర అనుపాత మెంతయుండవలసినది నిర్ణీతమైయుండలేదు. అది విశేషముగా చక్రము లేక దిండుయొక్క ఉన్నతముపై నాధారపడియుండును. పెద్ద చక్రములో నా యనుపాత 16 : 15 అయియుండునెడల వడిచక్రముయొక్క చిన్నచక్రమునందు అది 8 : 7 గాను కదురు దిండునందు 2:1 గాగూడ నుండవచ్చును. రాట్నమును తయారుచేయువారు లోహమునకు, కర్రకు అగునట్టి ఖర్చులు, ఆక్రమించబడు స్థలము మున్నగు విషయములను దెలిసికొనుటకు మొదటి, అనగా పెద్దవ్యాసము కూడ దెలిసికొనవలసియుండును. వడుకులెక్కలలో చుట్లు మెన్నికనిమిత్తము కేవలము రెండవవ్యాసము తెలిసికొనుటవలన పని జరిగిపోవును. మొదటి వ్యాసము 'అంచుయొక్క వ్యాసమనియు', రెండవది 'గాడియుపరిభాగముయొక్క వ్యాస' మనియు జెప్పవచ్చును. ఈ లెక్కలలో దిండునుగురించి యేమియు బేర్కొనబడనిచోట వ్యాసమనగా 'గాడియుపరిభాగముయొక్క వ్యాస' మనియే యర్థముచేసికొనవలెను. 'సాధారణముగ 'గాడి యుపరిభాగముయొక్క వ్యాస' మును బట్టియే గణితపు చుట్లు లెక్కించబడును.

ఈవిధముగ రాట్నమందలి పురిపెట్టునట్టి సామర్థ్యమును చుట్ల యెన్నిక లెక్కరూపమున ఇప్పటివరకు మనము పరిశీలించి యున్నాము. అట్టి సామర్థ్యమును తగ్గించుటకును, పెంపొందించుటకును గల కారణములనుగూడ గొన్నిటిని దెలిసికొని యున్నాము. ముందరి పరిశిష్టములో నీ కారణముల దెలుపునట్టి ఒక జాబితాకూడ నీయబడినది. ఇక మనము చుట్ల యెన్నిక ప్రత్యక్షపువడుకుప్రక్రియకు సంబంధించిన లెక్కలలో నెట్లు ఉపయోగకరముగ నుండునో అందుకు సంబంధించిన యుదాహరణములు చేయుదము.

ఉదాహరణము (9) 12 వ నంబరు 24 అంగుళముల దారము వడుకుటకు 100 కదురుచుట్లు గల రాట్నపు చక్రమును ఎన్ని పర్యాయములు త్రిప్పవలసి వచ్చును ? మరియు రాట్నముమీద అంతే పొడవుగల 36 వ నంబరు దారము వడుకవలసి యున్నయెడల చక్రమును ఎన్ని పర్యాయములు త్రిప్పవలసి యుండును ?

విధానము:— ఒక అంగుళము దారమునకు $\sqrt{\text{అం}} \times$ "ర" పురులు కావలెనని ఒకటవ సూత్రములో దెలుపబడినది. మామూలు పద్ధతిని మన లెక్కలలో ర=4 అని భావించవలెననికూడ జెప్పబడినది. దీని ననుసరించి 12 వ నంబరు 1 అంగుళము దారములో $\sqrt{12} \times 4$ పురులు అవసరమగును. మన మీ యుదాహరణములో 12 వ నంబరు 24 అంగుళముల దారమందలి పురులను లెక్కకట్టవలసియున్నది. అవి $\sqrt{12} \times 4 \times 24$ ఉండవలెను. అంత పురికి కదురునుగూడ అన్నే

పర్యాయములు త్రిప్పవలెను. కావున $(\sqrt{12} \times 4 \times 24) \div 100 = (3.4645 \times 24) \div 25 = 83.272 \div 25 = 3.33\ldots$ పర్యాయములు చక్రము తిరిగినమీాఁదట 12 వ నంబరు 24 అంగుళముల దారము వడుకబడగలదు. ఇది మొదటిప్రశ్నకు సమాధానము.

ఆవిధముగ 36 నంబరు 24 అంగుళముల దారమునకు దానిని $(\sqrt{36} \times 4 \times 24) \div 100 = (6 \times 24) \div 25 = 144 \div 25 = 5.76$ పర్యాయములు త్రిప్పవలసివచ్చును. ఇది రెండవ ప్రశ్నకు సమాధానము. ఈ లెక్కలో మనము జారుడును లెక్కకట్టి యుండలేదని గుర్తుంచుకొనవలెను. మొత్తము మీాద 100 చుట్లుగల రాట్నమనగా 100 గణితపు చుట్లుగల రాట్నమని యర్థమగును. ఇందువలన వాస్తవమునకు జారుడును లెక్కకట్టిన పిమ్మట చక్రమును పై సమాధానములలో దెలుపబడిన చుట్లకంటె హెచ్చు పర్యాయములే త్రిప్పవలసి యుండును. కాని సౌలభ్యమునకు ఇంకను మనమీా నూత్రమునువదలి తొలుత ప్రతి వడుకు పరిక్రమణములోను రాట్నపు చక్రి మెన్ని పర్యాయములు తిరిగిన యుక్తముగా నుండునన్న విషయమును గమనింతము.

ఇదియొక వికట ప్రశ్న. వడుకు పరిక్రమణము పెద్దదిగా నుండును. మరియు చిన్నదిగాగూడ నుండును. 12 అంగుళముల క్రొత్తదారము మొదలుకొని 22 అంగుళముల క్రొత్తదారమువరకు వడుకు పరిక్రమణములు తీయుట యుక్తమని మొదటి ప్రకరణములో మనము తెలిసికొని యుంటిమి.

నూలునంబరు ఒకప్పుడు ముతకగాను ఒకప్పుడు సన్నముగానుం డును. ఇదిగాక ప్రతిమనుష్యుని యలవాట్లలోగూడ భేదముం డును. విషయములన్నిటిని దృష్టిలో నిడికొన్నచో ఈప్రశ్న ను ఏదే నొకేనియము రూపమున బరిష్కరించుట కష్టమే. అయినప్పటికి, సరిగా గాకపోయినను స్థూలపద్ధతిని చక్రము యొక్క పరిభ్రమణము, క్రొత్తదారము యొక్క యాకర్ష ణము—ఈ రెండింటి వేగమందలి పరస్పర సంబంధమును గురించి కొన్ని యంశములను గ్రహించుటయు, వాని స్థూల సంఖ్యలను దెలిసికొనుటయు నవసరమై యున్నది. తన యల వాట్లకు దోడుగ నే యితరాంశముల వలన ఏతత్ పరిభ్రమణా కర్షణములలో మార్పు కలుగునో తెలిసికొన్నచో మానవుడు వడుకుటలో తన శ్రమను గొంతవరకు నివారించు కొనుటకును, తన నూలునందలి బలమును, సమానతను బెంపొందించుట కును, తెగింపులు తగ్గించుటకును, వడుకు వేగమును వృద్ధి పరచుటకును సమర్థుడగును. మరియు, రాట్నము నేవిధముగ తయారుచేసిన తన కనుకూలముగ నుండునో యోచించు కొనగలుగును.

ఇందువిషయమై మనము మూడు విధములుగ నాలో చించవలసి యుండును.

(1) రాట్నముయొక్క యాంత్రిక పరిమితులు.

(2) శరీరావయవములు చేయవలసియున్న పనులలో రెండువైపుల యవయవముల పనులయందును సమతులనము (Balance)

(౩) దారము లాగునట్టి చేయి, చక్రము త్రిప్పునట్టి చేయి— ఈ రెండింటి వేగములోను సమానత.

యాంత్రిక పరిమితులనుగురించి ఇంతకుమున్నే వెనుకటి లెక్కలో మనము తెలిసికొనిన విషయములనే యాధారపరచు కొని యాలోచింపుడు. పైపై నవలోకించుటవలన చక్రమును ఎంత తక్కువగా త్రిప్పవలసివచ్చునో అంతగానే శ్రమ తక్కువగుననియు, వేగము వృద్ధికాగలుగుననియు గోచరించును. చక్రముయొక్క ఒకే పరిభ్రమణములో ఒక పరిక్రమణము వచ్చునెడల నెంతయో బాగుండునని కూడ దలంచవచ్చును. కాని యట్లు సంభవింపదు.

ప్రతి పరిక్రమణములోను క్రొత్తదారమెంత పొడవుగా నుండునో అంతగానేపురి హెచ్చుగాపట్టును. అట్లే దారమెంత సన్నముగానుండునో ఆ చొప్పున పురికూడ నెక్కువగపట్టును. హెచ్చుపురికి కదురునుగూడ హెచ్చుగ దిప్పవలసివచ్చును. చక్రము నెన్నిపర్యాయములు త్రిప్పవలసి వచ్చునది క్రొత్త దారము పొడవు, నూలు నంబరు, రాట్నమందలి కదురుచుట్ల సంఖ్య— ఈ మూడు విషయములపై నాధారపడియుండును. పై లెక్కనే తీసికొనుడు,— ౩౬ నంబరు 24 అంగుళముల దారము తీయుటకు 5.76 రాట్నపుచుట్లు పట్టునని లెక్క తేల్చబడినది. కాని యీ రాట్నములో కదురుచుట్లు 100 కు బదులు 576 ఉండెయున్నయెడల ఒక పర్యాయము చక్రము త్రిప్పుటవలన పురి లభింపకలిగెడిదని భావింపుడు. కాని మన మింతకు పూర్వపు లెక్కలలో కదురుకు కొన్ని పరిమితులు

కలవనియు, చక్రమునకు గూడ పరిమితులు కలవనియు పరిశీలించితిమి. కావున చక్రమొక పర్యాయము తిరుగునపుడు కోరుకొన్న కదురుచుట్లు సంపాదించుట కాటంకములు కలవు. ఇందుమీదట నిస్సందేహముగా వడిచక్రము సాధనముగా గనుగొనబడినది. కాని దీనికిగూడ కొన్ని పరిమితులు కలవు. ఎక్కువచుట్లను సంపాదించవలెననే యాశతో మిక్కిలి హెచ్చు గుణాంకము గల వడిచక్రము నుపయోగించు నెడల రాట్నము బరువై చక్రమును గ్రిప్పుటకు ఎక్కువశక్తి యవసరమగును. ఈ యవరోధము లన్నిటివలన ప్రతి వడుకు పరిక్రమణములోను చక్రమును ఒకటికంటె నెక్కువపర్యాయములు త్రిప్పవలసివచ్చుచున్నది.

చక్రమును ఒకటికంటె నెక్కువపర్యాయములు త్రిప్పవలసివచ్చుటకు మన శరీరావయవములు తమ సంచలనములో (సమతులనముగా) నుండవలసిన యావశ్యకత మరియొక కారణము. వడుకు ప్రక్రియలో మనము రెండుచేతులతో రెండు భిన్నవిధములగు పనులు చేయవలసివచ్చును. కావున ఈ సమతులనమును మనము సరిగా లెక్క కట్టజాలము. అయినప్పటికి దానిని దెలిసికొనుట యావశ్యకము. రెండువైపుల యవయవములూ ఒకే ప్రక్రియను చేయవలసివచ్చినచో మానవుడెక్కువ స్వాభావికముగను, సులభముగను వడుకుపనిని చేయుగలిగి యుండును. కాని వడుకేగాకుండ అనేకమైన పనులు కలవు. వీనిలో మానవుడు చేతులు సంబంధించినంతవరకు ఈ అస్వాభావికతను వశపరచుకొనినాడు. వ్రాయునపుడు ఏదేనొక

చేతితోనే అతడు పనిచేయును. వడ్రింగి వడ్రంగమునకు సంబంధించిన యనేక ప్రక్రియలలో ఒక సమయములో రెండు చేతులతోను వేరు వేరు పనులు చేయవలసివచ్చును. ఇట్టివే నేతకు సంబంధించిన పనులనేకములు కలవు. అందు రెండు చేతులును ఒకదానికంటె నొకటి పూర్తిగా భిన్నమైనపనులు చేయవలసివచ్చును. ఇవియన్నియు మనిష్యునియొక్క ప్రత్యేక కళలు. రెండు చేతులకు ఒకేపని, ఒకేశ్రమ కలిగించుటలోనే స్వాభావికత గోచరించును. ఒక చేతితో పెద్ద బొక్కెనను, రెండవచేతితో చిన్న బొక్కెనను తీసికొని నీరునింపుట కష్టముగనుండును. ఒక పాదముతో పెద్ద యంగను, రెండవ పాదముతో చిన్న యంగనువేసి నడచుట దాదాపు అసంభవమగును. తిరుగలి విసురునపుడు వంతుల ప్రకారముగ రెండు చేతుల నుపయోగించుట మానవునకు సుఖకరముగా నుండును. ఈ సమతులనము నెంతవరకు అమలుపరచకలుగునది ప్రతి పనియొక్క పద్ధతిమీద నాధారపడియుండును. వడుకుపనిలో రెండు చేతుల నొకేపర్యాయము ఒకేపనిలో నుపయోగించుట సాధ్యపడదు. ఇది మన నిస్సహాయత. ఈ సిద్ధాంతము ననుసరించియే దీనికి కొంతవరకు నివారణోపాయముగా అర్ధగంట, లేక గంట తరువాత చేతులు మార్చుచుండుట శ్రేష్ఠమని భావించబడినది. ఇందలి లాభనష్టముల నేవిధముగను లెక్కకట్టజాలము. ఇందువలన వడుకు క్రియలో శరీరావయవములు చేయునట్టి పనికి సమతులనము లేదనిమాత్రము బోధపడును. కొంతవరకు సమతులనము కలిగించవలెనన్న పద్ధతిలో గాక రెండు చేతులయొక్క వేగములో కలిగించవచ్చును.

ఇక మనమీ వేగమును, అనగా మూడవ విషయమును గురించి యాలోచించుదము. రెండు చేతులయొక్క ప్రక్రియలును వేరువేరుగ నున్నప్పటికి వాటి వేగములో గొంతవరకు సమన్వయము కలిగించవలసిన యావశ్యకత కలదా లేదా యనునది మూడవ విషయము. ఇందును గురించికూడ నేటి వరకు నిర్ణీతమగు గణితమేదియు స్థిరపడలేదు. కావున అనుభవమును బురస్కరించుకొనియే ఇందువిషయమై మనము కొన్ని యంశములు విచారించుదము. అయినప్పటికి మనకిందు గణితమువలన గొంతవరకు సహాయము లభింపగలుగును. యాంత్రిక పరిమితుల నతిక్రమించి చక్రముయొక్క యొకే పరిభ్రమణములో నొక పూర్తి వడుకు పరిక్రమణమును వడుకుట కవకాశము గల రాట్నమును తయారు చేయుదమను కొనుడు. అయినప్పటికి ఆ విధముగు వడుకులో కష్ట మెక్కువగా నుండునని యనుభవమువలన దెలియుచున్నది. ఏలనన అట్టి రాట్నముమీద గూడ దారము లాగుటలో తప్పక ఒక పరిమితి యుండును. ఇట్టి పరిమితివలన పురిని గ్రహించునట్టి దారపు వేగమునకుగూడ పరిమితి యుండును. కనుక కదురు పరిభ్రమణమును పరిమిత మొనర్పవలసి వచ్చును. ఇట్లు పరిమిత మొనర్చుటకు చక్రమును చాల నిదానముగ త్రిప్పవలసి యుండును. అనగా దానిని త్రిప్పునట్టి చేతి వేగమును చాల వరకు తగ్గించవలసి వచ్చును. అట్లు తగ్గించుటలో రెండు విధములగు లోపములు కలుగును. (1) ఏ పనినిగాని దాని నైసర్గిక వేగముతో చేయక విశేష మందగమనముతో చేయు

టలో నేర్పడు దోషము (2) ఒక చేతిక్రియను వేగముగాను, రెండవచేతి క్రియను మిక్కిలి నెమ్మదిగాను చేయుటలో గోచరించునట్టి అస్వాభావికత.

ఉదాహరణ కొకమనుష్యుని, సైకిలును మిక్కిలి నిదానముగ నడిపించ మన్నప్పుడుగాని, లేక మిక్కిలి నిదానముగా నడువమన్నప్పుడుగాని అస్వాభావికత గోచరించును. అదేవిధముగ చక్రమును మిక్కిలి నెమ్మదిగా త్రిప్పుటకూడ కష్టమనిపించును. మిక్కిలి నెమ్మదిగా నడిపించుటలో ఒకవేళ శారీరకముగ కాకపోయినప్పటికి కనీసము మానసికమైన యవరోధము మాత్రము తప్పక యేర్పడగలదు. ఇది చక్రమును మిక్కిలి నెమ్మదిగ నడిపించుటలో నేర్పడునట్టి మొదటిదోషము.

కాని ఒకచేతితో దారమును పూర్తి వేగముతో లాగుచు రెండవచేతితో చక్రమును చాల నిదానముగ త్రిప్పవలసి వచ్చినప్పుడు మాత్రము ఈ దోషము మరింత తీవ్రమగును. కట్టి వడుకులో చక్రమును ద్రిప్పుటలో గల శ్రమ తగ్గుట లేకపోగా పై పెచ్చు చక్రమును మిక్కిలి సావధానముగాను, మిక్కిలి నేర్పుతోను త్రిప్పవలసి వచ్చుటవలన నెక్కువ యలసట గోచరించును.

ఇందుకుబదులు ఒక చేతిని పూర్తిగ పని లేకుండనుంచి ఒకేచేతితో వడుకుట (పెడలుగల రాట్నముమీద వడుకుట సాధ్యపడవచ్చును, తక్కువ శ్రమముగ కాన్పించును. కావున రెండు చేతులలోను పని చేయించవలసి యున్నప్పుడు ఆ రెండింటి వేగములోను కొంతవరకు సమన్వయముండుట

యావశ్యకమగును. కదురుచుట్ల పరిమాణము నిర్ణయించి రెండింటికిగల యీ వేగములను గొంతవరకు మనము సమన్వయపరచవచ్చునుగాని యీ పరిమాణము వేరువేరు నూలు నంబరుల ననుసరించి మార్పుచెందును. అందుకు సంబంధించిన యొకమాదిరి లెక్కను మనము పై యుదాహరణములో బరిశీలించితిమి. కదురుచుట్ల పరిమాణమును మార్చుటవలన నీ వేగములో నెట్టి తారతమ్య మేర్పడునది మరింత బాగుగా దెలిసికొనుటకు ముందరి లెక్కను చేయుడు.

ఉదాహరణము :— (10) 36-వ నంబరు 20 అంగుళముల క్రొత్తదారము వడుకుటకు 60 కదురుచుట్లుగల రాట్నము నెన్నిపర్యాయములు త్రిప్పవలసియుండును? మరియు 160 కదురుచుట్లుగల రాట్నము నెన్నిపర్యాయములు త్రిప్పవలసి వచ్చును?

విధానము :— 36 కు వర్గమూలము 6. కావుననే $6 \times 4 \times 20 = 480$ పురుల సంఖ్యలో 20 అంగుళముల క్రొత్త దారము వడుకబడును. 60 కదురుచుట్లుగల రాట్నములో $\frac{480}{60} = 8$ పర్యాయములు చక్రమును త్రిప్పవలసివచ్చును. 160 కదురుచుట్లుగల రెండవ రాట్నమును కేవలము $480 \div 160 = 3$ పర్యాయములుమాత్రమే త్రిప్పవలసివచ్చును.

ఈ యుదాహరణమును, దీని సమాధానములను గమనింపుడు. 36 వ నంబరు 20 అంగుళముల దారమును ఒక వడుకుస్త్రీ 4 సెకండ్లలో వడుకుననుకొనుడు. ఆమె రెండు రాట్నములమీదను ఒకే వేగముతో వడుకగోరు నెడల చక్రి

మును త్రిప్పునట్టి వేగమును ఆమె యేవిధముగ మార్చవలసి వచ్చునో యోచింపుడు. ఆమె మొదటి రాట్నమును 4 సెకండ్లలో 8 పర్యాయములు త్రిప్పవలసియున్నప్పుడు అదే సమయములో రెండవదానిని మూడు పర్యాయములు త్రిప్ప వలసివచ్చును. దారమును లాగునట్టి వేగము రెండు పరిస్థితు లలోను ఒకేరీతిగా నుండునపుడు ఆమె మొదటిదానికంటె రెండవదానిని త్రిప్పుటలో తన వేగమును 62½% తగ్గింపవలసి వచ్చును. వేగములలో నింత తారతమ్యముండుట మనుష్యుని యులవాట్లకు ప్రతికూలముగనే యుండును. ఒకే రాట్నము మీద ముతక, సన్న, ప్రతి తరగతి నూలును వడుకు టలో నిదే యభ్యంతరము కలదు. కావున నూలు నంబరు ననుసరించి హెచ్చుతగ్గు చుట్లుగల రాట్నముల నుపయోగించు టకు ప్రయత్నించబడుచున్నది.

దీనినిబట్టి యిపుడొక నూతన సమస్యకూడ నుత్పన్న మగును. పురియొక్క పరిమాణము ప్రతినూలు నంబరు ననుస రించి మారును. అట్టిస్థితిలో ప్రతి నంబరుకు, కదురు చుట్టకు సంబంధించిన భిన్నభిన్న పరిమాణములుగల రాట్నముల నుప యోగించవలెనా, అక్కర లేదా? ఒకటి యేమనగా రాట్నముల నన్నివిధములుగ తయారుచేసి యుంచుటలో వ్యావహారికముగ నిబ్బందులు కలవు. రెండవది, పైన దెలుపబడినటుల నిప్పటి వరకు పై రెండుచేతుల వేగములో నెట్లు సమన్వయముండగల దనువిషయమున మనకు సరియైన గణితనియమ మేదియు లభించి యుండలేదు. మనము గణితముద్వారా కేవలమీ వేగముల

యొక్క ప్రతి యంత్రస్థులోగల తేడావలన నేర్పడు సమన్వయా భావము (సమన్వయము లేకపోవుట)ను జూపవచ్చును. సరియగు సమన్వయమును దెలుపునట్టి పూర్తి గణితమును జూపజాలము. దానిని అనుభవమువలన దెలిసికొని యాప్రకారముగ గొంత వరకు స్థూలముగ లెక్కకట్టవచ్చును. ఈగణితము మిక్కిలి స్థూలముగ నుండును. మనము ప్రతి నంబరుకు రాట్నములో చుట్లను మార్చుట కనువగు సూక్ష్మమైన నిర్మాణము గావించి నప్పటికి దానివలన ప్రత్యేక ప్రయోజనముండదు. మూడవది: ఇందు మనుష్యుని యలవాటుకు సంబంధించికూడ కొంత విష యము కలదు. ఈ యలవాటునుగురించి రెండువిధములుగ యోచింపవలసివచ్చును. ఈ యలవాటే ఒకవైపున ప్రతికూల ముగాను, మరియొకవైపున అనుకూలముగాను ఉండును. బహు శః రెండుచేతుల వేగముయొక్క ఉచిత సమన్వయమునకు సంబం ధించిన సరియగు యాంత్రిక సిద్ధాంతము లభింపవచ్చునను నర్థ మున బ్రతికూలమగును. అయినను ప్రతివారికిగల యలవాటు వలన ఇందనేక అపవాదములు (మినహాయింపులు) చేయవలసిన పరిస్థితి సంభవించును. అలవాటు చేసికొనుటలో గొంతవరకు దానిని మార్చుటకు మనకుగల శక్తివల్లనే మనము మన యంత్ర ములో మార్పు చేయకుండ ముతక సన్నదారములను తీయుదు మను నర్థములో అనుకూలమగును. యంత్రములో మాటి మాటికి అనేకవిధములగు మార్పులు చేయవలసిన యిబ్బందు లను ఒక పరిమితివరకు నివారించుకొనవచ్చును. ఇట్టి ప్రతి కూలత, అనుకూలతల మూలముననే, మేమట్టి సమన్వయము

నకు ఏదోనొక నియమమును అన్వేషింపవలసిన సంకట ములో పడుటలేదు. కేవల అలవాటును మార్చగల మన యీ శక్తిపై పరిమితికి మించిన భారమేర్పడకుండునట్లును, వడుకుటలో మనకెక్కువ కష్టము కలుగకుండునట్లునుమాత్రము యోచించుచున్నాము. ఈ పరిమాణములో హెచ్చుతగ్గు కదురుచుట్లుగల రాట్నములలో కొన్ని రకములను తయారు చేసి తృప్తిపడుచున్నాము. మనుష్యుడు చేతనుడు; కావున నతడొక పరిమితివరకు తన అలవాటు నేర్పరచుకొనగలడు, దానిని మరల్పగలడు. తన పరిమితిలో నుండి, అట్లు ప్రవర్తిం చుటలో మానవునకు శారీరక వికాసము, బుద్ధివికాసముకూడ గలుగును. మనము ప్రతి నంబరుకు కదురుకు సంబంధించిన వేరువేరు వేగములుగల రాట్నముల నుంచుకొనకయే యిట్టి వికా సమును సాధించుచున్నాము. అందుతో పాటు అనేక విధము లగు రాట్నములను తయారుచేయునట్టి వ్యావహారికపుచిక్కు లను నివారించుకొనుచున్నాము. ఈవిధముగ యంత్రశా స్త్రము, వ్యవహారము, మన శరీరము, మనకళ, మన ప్రత్యే కత— ఇవియన్నియు మన వడుకులో సమన్వయము పొందు చున్నవి.

కాని ప్రతి వడుకు పరిక్రమణములో చక్రము నెన్ని పర్యాయములు త్రిప్పుట యుక్తముగా నుండుననునది మన ముఖ్య సమస్య. ఒక పర్యాయము చక్రము త్రిప్పిన నెంత కొత్త దారము వడుకబడ వలెననునది యే ప్రశ్నయొక్క రెండవ, కాని సరళరూప మగును. ఏకులు బాగుగా

నున్నచో సగటు వడుకువాని యలవాట్ల ననుసరించి చక్రము యొక్క యొక పరిభ్రమణములో 4 అంగుళములు మొదలు కొని 5 అంగుళముల వరకు పొడుగు దారమును వడుకుటలో సౌకర్యముండునని యనుభవమువలన గోచరించినది. దాని కంటె తక్కువ పొడవుగల దారము వచ్చునపుడు చక్రమును త్రిప్పుటకు తాను హెచ్చుగ శ్రమ చేయవలసి వచ్చుచున్నదని వడుకువాడు భావించును. అతడు కదురువేగ మెక్కువగా నుండవలెనని కోరును. 5 అంగుళముల కంటె పొడుగు దారమును వడుకవలసి వచ్చునపుడు వానికి రెండు చేతుల వేగములోను సరియగు సమన్వయము లేకపోవుట కాన వచ్చును. వాని నూలుకూడ చెడ్డదిగా రా నారంభించును. అది మాటి మాటికి తెగిపోవును. ఒక పరిభ్రమణములో 4 నుండి 5 అంగుళముల దారమును లాగునట్టి ఈ నియమము సన్ననూలుకు తప్ప అన్ని ముతక, సన్న నంబర్ల నూలులకును వర్తించును. అయితే వడుకువాడు అన్నివిధములగు ముతక, సన్ననూలును వడుకుట పూర్తిగ నభ్యసించినవాడై యుండ వలెను. మరియు రాట్నమందుకు తగియుండవలెను.

ఈ లెక్క ననుసరించి మిక్కిలి సన్ననూలుతప్ప అన్ని నంబర్లకును చిన్న వడుకు పరిక్రమణమును తీయువారు సామాన్యముగ చక్రముయొక్క 4 పరిభ్రమణములలోను, మధ్యమ తరగతి వడుకు పరిక్రమణమును తీయువారు 5 పరిభ్రమణములలోను, పెద్ద పరిక్రమణమును తీయువారు 6 పరిభ్రమణములలోను తమ పరిక్రమణమును స్థిరపరచుకొనవలెను.

ఇది మన మూల ప్రశ్నకు సమాధానమగును. ఈ సమాధానమందు చిన్న, మధ్యమతరగతి, పెద్దపరిక్రమణములయొక్క క్రొత్తదారము క్రమముగా 16 నుండి 20, 20 నుండి 24, 24 నుండి 30 అంగుళములు కలిగియుండునని భావించబడినది.

హస్త నైపుణ్యము సంపాదించిన సగటు వడుకు వారలనే దృష్టిలో నిడికొని యీ నియమము పేర్కొనబడినదని గుర్తుంచుకొనవలెను. క్రొత్తవారలకు ఈ నియమము వర్తింపదు. వారికి చక్రమును 1½, 2 రెట్ల పర్యాయములు త్రిప్పుటలో, అనగా చక్రముయొక్క ప్రతి పరిభ్రమణములోను షుమారు 2 లేక 2½ అంగుళముల పొడవుగల దారమునే తీయుట కెక్కువ సౌకర్యముండును. అనగా వారు తమ నూలు నంబరును, రాట్నముయొక్క కదురుచుట్లను అదే లెక్కలో సరిచేసికొనవలసివచ్చును.

ఏకులు చెడ్డవిగా నుండుచో వడుకు తెలిసినవారుకూడ చక్రముయొక్క ప్రతి పరిభ్రమణములోను కేవలము 3 నుండి 3½ అంగుళములపొడుగు దారమును తీయుటకు తగిన రాట్నము నుపయోగించుటయే యుక్తమగును. ఏకులు చెడ్డవిగా నున్నప్పుడు దూది తంతువులు వడుకువాని యిష్టానుసారముగ వెడలి రావు. ఈ కారణమున వ్రేళ్ళపట్టును మిక్కిలి సావధానముగ నుపయోగింపవలసి వచ్చును. దారమును లాగునట్టి వేగము కొంతవరకు తగ్గిపోవును. ఇట్టిస్థితిలో పురి యెక్కువగా నాక్రమించినచో వడుకువాని కిబ్బంది కలుగును. పురి యెక్కువగా నాక్రమింప కుండుటకుగాను చక్రమును నిదానముగా నైన

ద్రిప్పవలెను. లేదా కదురు తక్కువగా తిరుగునట్టి రాట్నమునైన నుపయోగించవలెను. అతడు నాణ్యమైన యేకులు వడుకునపుడు రాట్నమును ద్రిప్పుటలో వానికి గల స్వాభావిక వేగము చురుకుగా నుండును. దానిని తగ్గించుటకుబదులు చక్రము దాని నైసర్గిక వేగముతో తిరుగుచుండవలెను. కాని పురి నెమ్మది నెమ్మదిగా వచ్చునట్టి రాట్నము నుపయోగించుట యెక్కువ ప్రయోజనకరముగ గోచరించినది. ఇందు, పై నియమములో జెప్పబడిన రెండు చేతుల వేగముయొక్క సమన్వయమును మార్చవలసివచ్చును.

ఈ విధముగ సన్ననూలుకును, వడుకువారు క్రొత్త వారైనప్పుడును, చెడ్డ యేకులతో వడుకవలసి యున్నప్పుడును చక్రముయొక్క ఒక పరిభ్రమణములో 4 నుండి 5 అంగుళముల దారమును లాగునట్టి నియమము వర్తింపదు. ఇదిగాక దండముతో ద్రిప్పబడునట్టి రాట్నమునకుగూడ ఈ నియమము వర్తింపదు. అందు వడుకువారు దండము నుపయోగించునట్టి యలవాటు, రాట్నపు బరువు లేక తేలికనుబట్టి చక్రముయొక్క పరిభ్రమణముల సంఖ్య 1½ నుండి 2 రెట్లుండును.

హిందూదేశమున 50 కదురుచుట్లు మొదలుకొని 280 కదురు చుట్లవరకు గల రాట్నములు కానవచ్చుచున్నవి. పై నియమము ననుసరించి వీనిలో యే యే రాట్నముల నే యే నంబర్లకుపయోగించవలెనో కొంచెము విచారించుదము. మార్పు చెందుచున్న ప్రతి నంబరుకు కదురుచుట్ల సంఖ్య మారుచుండుట అవ్యావహారిక మగునని మనము లోగడ పరీక్షి

లించి యుంటిమి. అలవాటు ననుసరించి రాట్నముయొక్క ఒక పరిభ్రమణములో 4 అంగుళములనుండి 5 అంగుళముల వరకు దారము తీయుటలో అత్యంత స్వాభావికత గోచరించు నని కూడ తెలిసికొని యుంటిమి. ఈ నాలుగు, అయిదులకు మధ్య ఏ యనుపాతములోనైనను పురులసంఖ్య మారుచుండు నంతవరకు కదురుచుట్లు యనుపాతమును మార్పుచేయకుండ వడుకుటలో మనకంత యిబ్బంది కలుగదు. మన వడుకు వేగము తగ్గిపోదు. అనుపాతమును మార్చునట్టి యీ యంశమును క్రింది లెక్కలుచేసి మిక్కిలి బాగుగా తెలిసికొనవచ్చును.

ఉదాహరణ:—(11) ఒక రాట్నముమీద 16 నంబరు నూలు వడుకబడుచున్నది. కదురు, చక్రముయొక్క ప్రతి చుట్టులోను కచ్చితముగా 80 పర్యాయములు తిరుగును. చక్ర మొకపర్యాయము తిరుగునపుడు దారముయొక్క యాకర్షణము యోగ్యమగు పురిలెక్కనుబట్టి యెన్ని యంగుళములుండ వలెనో తెలుపుడు. కనీసము 4 అంగుళముల యాకర్షణము నుంచవలెనన్నచో గరిష్ఠపు సన్నదనముగల యేనంబరు దారము ఆ రాట్నముమీద వడుకుటకు తగియుండును?

విధానము :— నూలునంబరు 16. దీనికి తగిన పురుల సంఖ్య అంగుళము 1కి $\sqrt{16\times4}=16$ అయియుండును. ఒక పర్యాయము చక్రమును త్రిప్పినచో కదురు 80 పర్యాయములు తిరుగును. అది 16 పర్యాయములు తిరుగునపుడు నిండుపురి ననుసరించి ఒక యంగుళము దారము లాగుట యోగ్యమని భావించబడును. 80 పర్యాయములు తిరుగునపుడు 5 అంగు

శముల యాకర్షణము యోగ్యముగ పరిగణించబడును. కావున దారముయొక్క యాకర్షణము 5 అంగుళము లుండ వలెనని సమాధానము వచ్చినది.

ఆకర్షణమును 4 అంగుళము లుంచవలసియున్నచో దారమునకు అంగుళము 1కి 20 పురులు లభించును. ఒక అంగుళములో 20 పురులకు దారమున కనువైన నంబరు $(20 \div 4)^2 = 5^2 = 25$ అగును (రెండవ సూత్రమును చూడుడు) అనగా 25 నంబరుకంటె సన్నదారము వడుకబడునెడల క్రొత్తదారము యొక్క యాకర్షణమును 4 అంగుళములకంటె తగ్గించవలసి వచ్చును. కావున గరిష్ఠపు సన్నదనములో 25 వ నంబరు దారమును వడుకుటకు యోగ్యముగా భావించవచ్చునని రెండవ సమాధానము లభించినది.

ఈ లెక్కవలన మన నియమానుసారము చక్రము యొక్క ప్రతి చుట్టులోను దారముయొక్క యాకర్షణమును గరిష్ఠ పక్షమున 5 అంగుళములును, కనిష్ఠ పక్షమున 4 అంగుళములును ఉంచవలసి యున్నయెడల కచ్చితముగా 80 కదురుచుట్లు గల రాట్నముమీద 16 నంబరుకంటె ముతకగాను 25 నంబరుకంటె సన్నముగాను వడుకుట యుక్తముగా నుండదని స్పష్టముగా బోధపడుచున్నది. కాని యా వెంటనే యిదే కదురు వేగముగల రాట్నముమీద 16, 25 నంబర్ల మధ్య ఏ నంబరు నూలునైనను వడుకుట అసమంజసముకాదు. 16 నంబరు నూలు పురులసంఖ్య, 25 నంబరు నూలు పురుల సంఖ్య—— ఈ రెండింటికిగల యనుపాతము క్రమశః 4, 5 నైౌ

యున్నది. 4, 5 లేక వాటిమధ్య యుండలి యనుపాతము యొక్క పురుల సంఖ్యగల దారములను, కదురుచుట్ల సంఖ్యను మార్చకుండ వడుకుట అస్వాభావికముగ నుండదు. ఈ లెక్క ననుసరించి మనము రెండు విషయములను దెలిసికొనవచ్చును. రాట్నములో నిర్ణీతమైన కదురుచుట్లు తెలిసియున్నచో ఏ నంబరు మొదలుకొని యేనంబరువరకు దానిపై వడుకవలెనను నది మొదటి విషయము. మనకు వేరువేరు నంబర్లనూలు కావలసి యున్నచో అట్లవసరమైన నంబర్లకు, పురిపెట్టుటలో నొకే సామర్థ్యముగల రాట్నము నుపయోగించుట యుక్తమా లేక ఇట్టి సామర్థ్యము మార్పుచెందుట కవకాశముగల రాట్నము నుంచుకొనవలసివచ్చునా యనునది రెండవ విషయము. ఇప్పుడీ రెండు విషయములను క్రమశః ఒక్కొక్క ఉదాహరణము ద్వారా పరిశీలించుదము.

ఉదాహరణ :— (12) ఒక రాట్నములో కచ్చితమైన కదురుచుట్లు 60 వచ్చినవి. దారముయొక్క యాకర్షణము చక్రముయొక్క ప్రతి చుట్టులోను 5 అంగుళములకంటె మించకుండగను 4 అంగుళములకంటె తగ్గకుండగను చేయ వలసి యున్నచో ఆ రాట్నముమీద ఏ నంబరు మొదలుకొని యే నంబరు వరకు వడుకుట యుక్తమని భావించబడును ?

విధానము :— కదురుచుట్లు 60. చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో 5 అంగుళములనూలు వడుకబడునపుడు ఆ నూలులో అంగుళము 1కి 12 పురులుండును. ఆ నూలుకు తగిన నంబరు $(12 \div 4)^2 = 9$ యగును. 4 అంగుళముల

దారము వడుకబడునపుడు ఆ దారములో అంగుళము 1కి 15 పురులుండును. ఆ నూలుకు తగిన నంబరు $(15 \div 4)^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{225}{16} = 14\frac{1}{16}$ అగును. అనగా ఆ రాట్నమును 9 నంబరు మొదలుకొని 14 నంబరువరకు అమలుపరచవచ్చునని సమాధానము వచ్చినది. ఇందు, 9 వ నంబరుకు ఈ రాట్నము మిక్కిలి శ్రేష్ఠముగ భావించబడునని అవశ్యముగా గమనించవలెను. అయితే వడుకువానికి చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో దారమును 5 అంగుళములవరకు లాగుట యభ్యాసమైయుండవలెను. ఏ రాట్నమందుగాని కదురుచుట్లెన్ని కలవో తెలిసికొని యా రాట్నము ఏ నంబరు వడుకుటకు తగియుండునది లెక్కకట్టుటకు పై యుదాహరణమునుబట్టి క్రిందివిధముగా సూత్రము సిద్ధించును.

సూత్రము 5— (రాట్నములో కచ్చితమైన కదురు చుట్ల సంఖ్య $\div$ చక్రముయొక్క చుట్టులో దారముయొక్క యోగ్యమగు నాకర్షణపు టంగుళములసంఖ్య $\div$ పురుల నియత రాశి$)^2$=నూలుయొక్క సరియైననంబరు. ఇద్యది సంగ్రహముగ దిగువరీతిని వ్రాయబడుచున్నది.

$$(\text{చు} \div \text{ఆ} \div \text{ర})^2 = \text{నంబరు లేక } \left(\frac{\text{చు}}{\text{ఆ} \times \text{ర}}\right)^2 = \text{నంబరు.}$$

మనము "ఆ" కు సౌకర్యముగల సంఖ్యను 5 నుండి 4 వరకు పరిగణించినాము. ప్రతి వడుకువాడు తన యలవాటు, నైపుణ్యము, వేకులయందలి యోగ్యత ననుసరించి దారము లాగునట్టి తన శక్తిని ప్రత్యక్షముగ బరీక్షించకలుగును. ఎక్కువ నైపుణ్యముగల వడుకువాడు ఒకప్పుడు 5 అంగుళములకంటె

గూడ నెక్కువ యాకర్షణముగల రాట్నమున కిచ్ఛగించును. దారమును లాగుటలో తనకుగల యీ సౌకర్యమును దెలిసి కొనినమీదట ఏ నంబరుకైనను ఎన్ని కదురుచుట్ల రాట్నము అనుకూలముగ నుండునది పైసూత్రము ననుసరించి సులభముగా లెక్కకట్టవచ్చును.

11, 12 ఉదాహరణములలోను, పైన చేర్కొనబడిన సూత్రములోను కదురుచుట్ల సంఖ్యకు "కచ్చితము" అను విశేషణము చేర్చబడినదని గుర్తించుకొనవలెను. అన్నివిధములగు జారుడు పూర్తియైనపిమ్మట మిగులునట్టి చుట్లసంఖ్యను దెలుపుటకు ఈ విశేషణము చేర్చబడినది. పై సూత్రమును వర్తింపజేయునప్పుడు దీనిని పూర్తిగ గమనించుట యవసరము. గణితపుచుట్లు జారుడుమూలమున ప్రత్యేకముగు వడుకులో నూటికి 10 నుండి 20 వంతులు తగ్గిపోవును. గణితపుచుట్లను బట్టి తగిన నంబరును బరీక్షించవలసియున్నచో రాట్నపు తరగతి ననుసరించి చుట్లెన్ని తగ్గునది పరిశీలించి వాటిని తగ్గించి లెక్కచేయవలెను.

అభ్యాసార్థము దిగువ కొన్ని యుదాహరణ లీయబడుచున్నవి.

(1) కచ్చితపుచుట్లు 75 ఆకర్షణము 5 అంగుళము లైనయెడల తగిన నంబరు ఏది?

ఉత్తరము $14\frac{1}{16}$ నం॥

(2)	,,	100	,,	5	,,	25	,,
(3)	,,	120	,,	4	,,	$56\frac{1}{4}$	,,

(4)	,,	120	,,	3	,,	100	,,
(5)	,,	120	,,	6	,,	25	,,
(6)	,,	180	,,	6	,,	56¼	,,
(7)	,,	180	,,	4	,,	126.5625	
(8)అసంపూర్తిచుట్లు		100	,,	జారుడు	20%	ఆకర్షణం5అం16	,,
(9)	,,	120	,,	,,	,,	,, 5 23.4	,,
(10)	,,	60	,,	,,	10%	,, 4 11.39	,,

వడుకువారు సాధారణముగ ముతక, సన్నము—రెండు విధములగు నూలును వడుకవలసి వచ్చును. కదురు చుట్లను బట్టి యెన్ని కదురుచుట్ల రాట్నము నుంచుట యుక్తమగును? ఏదేనొక కేంద్రములో ముతక, మధ్యమ తరగతి— ఈ రెండు విధములగు నూలును వడికింపవలసి యున్నయెడల, నట్టి చోట ఎన్ని కదురుచుట్లుగల రాట్నములు యుక్తముగా నుం డును? ఈ యంశములు నిర్ణయించుటలో నీ విధమగు లెక్కలు ఎంతవర కుపయోగపడగలుగునది మన మిప్పుడు పరిశీ లించుదము.

ఉదా:— (13) ఒక కేంద్రములో మనము గరిష్ఠపు ముతక నంబరు 9 వరకును గరిష్ఠపు సన్ననంబరు 20 వరకును వడికించవలసి యున్నది. ఆ కేంద్రమునకు పురిపెట్టుటలో నెట్టి శక్తిగల రాట్నము నుపయోగించవలెనో తెలుపుము ?

విధానము:— 9 వ నంబరుకు 1 అంగుళములో 12 పురులు, 20 నంబరుకు 17.8884, అనగా షుమారు 18 పురులు పట్టును. రెండు పురులకును గల యనుపాతము షుమారు

క్రిమశః 2, 3 అయి యుండును. ఈ యనుపాతములో 4, 5 కు గల యనుపాతముకంటె తారతమ్యము హెచ్చుగానున్నది. కావున చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో దారముయొక్క యాకర్షణము 4, 5 అంగుళములకంటె హెచ్చుతగ్గు కానీయకుండ నుండవలసి యున్నచో పురి పెట్టుటలో నొకే సామర్థ్యముగల రాట్నము పయోగపడదు. మనము తొలుత ఒకే శక్తిగల రాట్నముమీద ఏ నంబర్లవరకు వడుక గలుగునది పరిశీలించుదము. ఇందుకు రెండు సమాధానములు కనుగొనవలసి యుండును. మొదటిదానిని 9 నంబరునుబట్టియు, రెండవ దానిని 20 నంబరును బట్టియు కనుగొనవలసి యున్నది.

దారమును 9 వ నంబరుకంటె ముతకగా తీయరాదు. చక్రముయొక్క ఒకచుట్టులో 5 అంగుళములకంటె హెచ్చుగా సయితము తీయరాదు. అనగా 9 నంబరుకు 5 అంగుళముల యాకర్షణకు తగిన కదురు చుట్లుగల రాట్నము కావలెనన్న మాట. 9 నంబరుకు ఒక అంగుళములో 12 పురులు అనగా 5 అంగుళములలో 60 పురులు పట్టును. ఇందలి తాత్పర్య మేమన ఆ రాట్నములో కదురుచుట్లు 60 కావలెను. అంత కంటె నెక్కువ కాగూడదన్నమాట. కాని నాలుగంగుళముల కంటె తక్కువ యాకర్షణ మక్కరలేనియెడల $(60/16)^2=14\frac{1}{16}$ కంటె సన్నదారమును ఆ రాట్నముమీద వడుకుట అసంగతముగా భావించబడును.

20 నంబరునుబట్టి లెక్కచేయునెడల నాకర్షణమును 4 అంగుళములుగా భావించి చేయవలసియుండును. ఏలనన ఇతర

మైన నంబర్లను 20 కంటె సన్నముగా గాక ముతకగా వడుక వలసి యుండును. 20 నంబరు ఒక అంగుళములో 17.8884 పురులు అనగా 4 అంగుళములలో 71.5536 పురులు పట్టును. అనగా షుమారు 72 కచ్చితపు కదురుచుట్లుగల రాట్నము కావలెనన్నమాట. కాని యీ రాట్నముమీద గరిష్ఠపు ముతకనంబరు $(72/5 \times \frac{1}{4})^2=(324/25)=13$ వడుకవచ్చును. అయితే ఆకర్షణము 5 అంగుళములకంటె హెచ్చుకానీయు రాదు.

60 చుట్లుగల రాట్నము నుంచినచో 9 నంబరునుండి 14 నంబరు వరకును, 72 చుట్ల రాట్నము నుంచినచో 13 నుండి 20 నంబరువరకును వడుకుట కవకాశముండగలదు. ఈ విధముగ మనము రెండు సమాధానములు కనుగొంటిమి. కాని మనము 9 నుండి 20 నంబరువరకు అన్నినంబర్ల నూలును వడికించవలసియున్నప్పు డేమిచేయవలెను ?

దీనిని వ్యావహారికదృష్ట్యా ఆలోచింపుడు. ఒకే పురి సామర్థ్యముగల రాట్నము నుపయోగించుటలో ఇబ్బందులు తక్కువగా నుండుననుట స్పష్టము. 9 వ నంబరు, 20 వ నంబరు— ఇవి తుదిపరిమితిగల నంబరులైనయెడలను, విశేషముగ వాటిమధ్య గల నంబర్లే మన కవసరమైనయెడలను పైన పేర్కొనబడిన నియమమును విడిచిపుచ్చియైనను 60 కంటె నెక్కువ, 72 కంటె తక్కువ చుట్లుగల యొకేరాట్నము నుపయోగించవలెను. ఇందుగూడ 10 నుండి 14 నంబరువరకుగల నూలే ప్రత్యేకముగ కావలసియున్నయెడలను, నాణ్యముకాని యేకు ఉపయో

గించబడుచుండు నెడలను, గాలి యెక్కువ పొడిగానున్న యెడలను, దూదిలో నెక్కువ గరుకుతనమున్న యెడలను కదురు చుట్ల సంఖ్యను 60, 66 ల మధ్యలోనే అనగా షుమారు 63—64 గా నుంచవలెను. 16—18 నంబర్ల నూలు ఎక్కువగా కావలసియున్న యెడలను, దూది, యేకులు, గాలి మున్నగునవి అనుకూలముగ నున్న యెడలను 66—72 మధ్య షుమారు 68—70 చుట్లు ఎక్కువ యనుకూలమని భావించవలెను. దూది తరగతి, గాలికి సంబంధించి యిప్పటివరకు జెప్పబడని రెండు కారణములిచ్చట క్రొత్తగా చేర్కొనబడినవి. దూది రకము గరుకుగా నున్నచో నాకర్షణమును తగ్గించియే వడుక వలసివచ్చును. పొడిగాలిలోగూడ దారము తెగిపోవునను భయమువలన ఆకర్షణమును తగ్గించవలసిన యవసరమేర్పడును. దూది నాణ్యముగా నున్న యెడలను, గాలిలో కొంచెము తడి యున్న యెడలను ఈ యాకర్షణము స్వాభావికముగనే వృద్ధి చెందును. ఈ కారణములనుబట్టి 5 అంగుళములకంటె నాకర్షణమును పెరుగనిచ్చుట యుక్తమో లేక 4 అంగుళముల కంటె తగ్గనిచ్చుట యుక్తమో యోచించవలయును. దీనిని యోచించి చుట్లను కొంచెము హెచ్చుగా నుంచవలసినది లేక కొంచెము తక్కువగా నుంచవలసినది నిర్ణయించవలెను.

9 నంబరు, 20 నంబరు— ఈ రెండుతరగతుల నూలు కూడ బాహుళ్యముగా కావలసియున్న యెడలను, రెండు పురి శక్తులను కలిగిన రాట్నమును తప్పనిసరిగా నుపయోగించవలసి యున్న యెడలను ఇందుకు రెండు వేరు వేరు కొలతలు

గల రాట్నముల నుంచుట యావశ్యకముకాదా ? యను ప్రశ్న యేర్పడవచ్చును. కాని ఒకే రాట్నములో ముతక, సన్న— రెండువిధములగు కదుళ్ళను మార్చి రెండు విధము లగు చుట్లను సంపాదించవచ్చును. ముతక కదురు నుపయోగిం చిన దాని చుట్లు 60 కంటె హెచ్చుగా నుండరాదనియు, సన్న కదురు నుపయోగించిన 72 కంటె తక్కువగా నుండరా దనియు మాత్రము గమనించవలెను. మొదటిదానిచుట్లు సరిగా 60 ఉన్నయెడల దానిమీద 9 నుండి 14 వరకు వడుకబడును. కావున రెండవ కదురు సరిగా 13 నుండి 20 నంబరు వరకు వడుకుటకు తగియుండక 14 వ నంబరు తరువాతి నంబర్లకు, అనగా 15 నంబరు, అంతకంటె సన్న నంబర్లకు తగియున్నప్పటికి పనిజరుగును. ఈ లెక్కచొప్పున కదురు చుట్లు $\sqrt{15} \times 5 \times 4 = 77.46$ షుమారుగా 78 వర కున్న ప్పటికి పని కాగలుగును. ఇట్లుగాక సన్న కదురుమీద సరిగా 72 చుట్లు లభించుచుండునెడల దానిమీద 13 నంబరు వరకుగల నూలు కవకాశముండగఁబడు. కనుక లావు కదురు, 12 నంబరు కనీసము 4 అంగుళముల యాకర్షణ ముండవలెనను లెక్కచొప్పున 60 చుట్లకు బదులు $\sqrt{12} \times 4 \times 4 = 55.4480$ చుట్లు తిరుగుటకు తగినదైనను పనికివచ్చును. అనగా నీ యంశములు కదురుదండము లెంత లావుగలవి లభించగలవన్న విషయముపై విశేషముగా నాధారపడియుండును. 9—10 నంబర్లు ముతక, 16—20 నంబర్లు మధ్యమము, 30—40 లేక అంతకంటె సన్ననంబర్లలో సన్నము— ఈ యన్ని నంబర్ల

నూలును వడుకవలసి యున్నచో ఒకే రాట్నముమీాద ముతక, సన్న కదుళ్ళను మార్చిగాని లేక వేరు వేరు అనుపాతముగల వడిచక్రము ఉపయోగించిగాని తగినచుట్లు లభింపగల ఏర్పాటు చేయవలెను. రాట్నములను వేరు వేరు కొలతలుగలవాటి నుంచవలసిన యగత్యముండదు. ఇకముందు వడిచక్రమునకు సంబంధించిన కొన్ని లెక్కలు చేయుదము. కాని వాటిని ప్రారంభించుటకు పూర్వము మన ప్రస్తుత విషయమునుగూర్చి రెండు మూడు సంగతులు చెప్పుట యవసరము.

మనము 12 వ యుదాహరణములో లెక్కకట్టుచు ఏదేనొక రాట్నముయొక్క కచ్చితపు చుట్లు తెలిసికొని, యూ రాట్నముమీాద దేనిని వడుకునకు తగిన నంబరుగా భావించ వలెనను సూత్రమును బరిశీలించితిమి. 13 వ ఉదాహరణము యొక్క లెక్కలవలన నిందుకు వ్యతిరేకమగు సూత్రము సహజముగనే స్ఫురించును. మనకు నూలు నంబరు, చక్రము యొక్క ఒక చుట్టులో దారముయొక్క యోగ్యమగు నాకర్షణము తెలుపబడినచో దానివలన రాట్నములో కచ్చితపుకదురు చుట్లు ఎన్ని యుండవలసినది యీ వ్యతిరేక సూత్రమువలన బరీక్షింపగలుగుదుము. ఈ సూత్రము దిగువరీతిగానుండును.

సూత్రము 6

నంబరు వర్గమూలము × దారముయొక్క యాకర్షణము × పురి నియతరాశి=రాట్నములో కచ్చితపు కదురు చుట్ల సంఖ్య. ఇది సంగ్రహముగా క్రిందివిధముగ వ్రాయబడును.

$\sqrt{\text{అంకము} \times \text{ఆకర్షణము}} \times$ నియతరాశి=చుట్లు లేక $\sqrt{\text{అం} \times \text{ఆ}} \times$ ర=చు. ఇచ్చటగూడ 'చు' యనగా కచ్చితమగు కదురుచుట్లని జ్ఞాపకముంచుకొనవలెను. ఒకానొక రాట్నమందలి యోగ్యతను బరీక్షించునపుడు జారుడుచుట్లను బెంచి రాట్నముయొక్క సరియైన గణితపుచుట్లను నిర్ణయించవలెను. అభ్యాసార్థము కొన్ని యుదాహరణములు దిగువ నీయబడుచున్నవి.

	అంకము.	ఆకర్షణము.				ఉత్తరము.
1.	20	4½	ఐనచో కచ్చితపుచుట్లెన్ని?			80.49
2.	40	4¼	,,			107.5165
3.	64	3½	,,			112
4.	8	6	,,			67.8816
5.	6	4	,,			39.19
6.	4	3	,,			24
7.	25	5	జారుడు	10%	అసంపూర్తిచుట్లెన్ని?	111.1
8.	20	5	,,	12%	,,	101.6375
9.	12	6	,,	20%	,,	103.965
10.	4	4	,,	20%	,,	40

ఒకదానితో నొకటి పోల్చుటవలన ఆకర్షణమందలి హెచ్చుతగ్గులు, జారుడుయొక్క పరిమాణము కదురుచుట్ల నెంతగా మార్చునది బోధపడును. ఆరవ యుదాహరణమువలన పూర్వకాలములో నవారు, జంపఖానాకు పనికివచ్చు ముతక

నూలు వడుకుటకు కేవలము 24 లేక 25 చుట్లుగల రాట్నములుకూడ నుపయోగపడుచుండెనని తెలియును.

మూడవ పరిశిష్టపు పట్టికలో 4 నుండి 400 నంబరు వరకుగల కొన్ని నమూనాలిచ్చి, యీ నంబర్లలో వేరువేరు ఆకర్షణములకు రాట్నములో కచ్చితపు కదురుచుట్లెన్ని యుండవలసినది తెలుపబడినది. సన్ననూలు (మల్ మల్) వడుకునట్టి వేగమును తక్కువగా నుంచవలసివచ్చును. కావున నా నంబర్లలో కేవలము 2½ మొదలుకొని 4 అంగుళములవరకు గల యాకర్షణసంఖ్యలే యివ్వబడినవి. కావున నిందుకు విరుద్ధముగా మితర నంబర్లలో తక్కువ యాకర్షణమునకు సంబంధించిన యంకెల నిచ్చుట యవసరమని భావించ లేదు.

రాట్నములో నెక్కువ కదురుచుట్లుండుటవలన వడుకున కాటంక మేర్పడుచుండునెడల తన్నివారణ కొక తాత్కాలికోపాయము అనుసరింపబడుచున్నది. దిండు లేక సాడీయొక్క గాడిలో కొంచెము పనికిమాలిన నూలు చుట్టబడును. ఇందువలన దిండు లేక సాడీ వ్యాసము పెరిగి కదురుచుట్లు తక్కువగును. ఈవిధముగ చుట్లను తగ్గించుటవలన రాట్నము తేలికగా తిరుగును. దారము తెగుట తగ్గును. చెడ్డ యేకులతో కూడ మంచినూలు వడుకుటకు కొంతవరకు సహాయము లభించును.

ఉదాహరణము (14) :— ఒక అడ్డరాట్నములో వడిచక్రపు టనుపాతము (గుణాంకము) 3½. కదురుచుట్లు 80. మనమీ రాట్నముమీద 5 వ నంబరు నూలు వడుకగోరు

చున్నాము. దారముయొక్క యాకర్షణమును 5 అంగుళము లుంచవలసియున్నది. కదురును మార్చవలసిరాకున్నచో ఏ గుణాంకవు వడిచక్రము నుపయోగింపవలసియుండునో తెల్పుడు.

విధానము :— 5 నంబరు దారము 5 అంగుళముల యాకర్షణతో వడుకుటకు చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో కదురుకు $5 \times 5 \times 4 = 100$ చుట్లు అవసరమైయుండును. $3\frac{1}{2}$ గుణాంకముగల వడిచక్ర ముపయోగించబడునెడల మనకు 80 చుట్లు లభించును. మనకు 100 చుట్లు కావలెను. కావున $80 : 100 :: 3\frac{1}{2} : ?$ ఈ ప్రత్యక్ష త్రైరాశికమువలన $\frac{100 \times 7}{80 \times 2} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$ గుణాంకముగల గతిచక్రము పట్టునని లెక్క తేలినది.

ఎనిమిదవ యుదాహరణముతోపాటు మనము కొంత వరకు వడిచక్రమును గురించి చర్చించి యున్నాము. అచ్చట వడిచక్రమందలి శక్తిని గుణనాంకము లేక అనుపాతములోనికి మార్చవలసిన యావశ్యకతను గురించికూడ దెలుపబడినది. కేవలము వడిచక్రములను మార్చి కదురుచుట్లను బెంచవలసియున్నపుడు ఏ విధముగ లెక్కచేయవలసినది పై యుదాహరణమువలన బోధపడును. అప్పుడప్పుడు చుట్ల సంఖ్యలో మార్పు చేయుటకు కదురు, వడిచక్రము— ఈ రెండింటిని మార్చవచ్చును. కదురునుగూడ మార్చవలసి యున్నచో దొలుత నది మారుటవలన ఎన్నిచుట్లు మారునది పరీక్షించి పిమ్మట వడిచక్రము ఏ గుణాంకము కలది కావలెనో లెక్క

కట్టవచ్చును. ఈ విధమైన కొన్ని యుదాహరణములు అభ్యాసార్థము దిగువ నీయబడుచున్నవి.

(1) 80 కదురుచుట్లు, 4 గుణాంకముగల వడిచక్రమున్న రాట్నములో ¼ అంగుళము వ్యాసముగల కదు రుపయోగించ బడినది. 3/16 అంగుళము వ్యాసము గలిగిన దిండు గల కదురుపయోగించు నెడలను, 120 చుట్లు అవసరమైన యెడలను ఎట్టి గుణాంకము గల వడిచక్రము నుపయోగించవలెను ? ఉత్తరము— గుణాంకము 4⅔.

(2) మనవద్ద రెండు వడిచక్రములును, రెండు కదుళ్ళును గలవు. ఒక వడిచక్రపు గుణాంకము 3¾ ను, రెండవదాని గుణాంకము 5 ను అయియున్నవి. ఒక కదురుదిండు వ్యాసము 5/16, రెండవదాని వ్యాసము 3/16. మొదటి వడిచక్రము, మొదటి కదురువలన మనకు 75 చుట్లు లభించును. ఈ రెండు వడిచక్రములను, రెండు కదుళ్ళను పరస్పరము మార్చుటవలన మనమా రాట్నములో మరియెన్నెన్ని చుట్లు పొందకలుగుదుము ? ఉత్తరము— (1) 100, (2) 125 (3) $166\frac{2}{3}$

(3) ఒక వడిచక్రముయొక్క గుణాంకమును 25% పెంచితిమి. కాని ఆ వెన్వెంటనే కదురుదిండు వ్యాసమును 20% పెంచినచో కదురుచుట్ల సంఖ్యలో నెట్టి మార్పుకలుగును ? ఉత్తరము— $4\frac{1}{6}$ %

రాట్నచక్రమును పెద్దది చేయుటకును, కదురును సన్నము చేయుటకును ఏ విధముగ పరిమితులు కలవో అట్లే వడి

చక్రపు గుణాంకమునకుగూడ నొక పరిమితి గలదు. అడ్డ రాట్నములలో దానిని బురస్కరించుకొని 5 వరకు గల గుణాంకము లేక 6 పరిమితి వరకు గల గుణాంకముగల వడిచక్రము ఉపయోగింపబడును. నిలువు రాట్నములలో వడిచక్రము స్వల్పముగానే యుపయోగించబడును. కాని యుపయోగించ బడునెడల 2 నుండి 3 వరకు గుణాంకముగలవే యుపయోగించబడును. నిలువురాట్నపు ముఖ్యచక్రము అడ్డరాట్నపు ముఖ్యచక్రముకంటె 2—3 రెట్లుండును. కావున నిలువు రాట్నములలో తక్కువ గుణాంకముగల వడిచక్ర ముపయోగించబడును.

ఒకే గుణాంకమునకు వేరువేరు ఉన్నతములు గల వడిచక్రములను తయారుచేయవచ్చును. ఉదాహరణకు 4 గుణాంకమునకు 1 అంగుళము దిండు, 4 అంగుళముల చక్రపువ్యాసముగల వడిచక్రమునుగూడ తయారు చేయవచ్చును. మరియు క్రమశః $1\frac{1}{4}$ అంగుళములు, 5 అంగుళములుగల వాటినిగూడ తయారు చేయవచ్చును. వడిచక్రమును తయారు చేయవలసి యున్నప్పుడు గుణాంకమును నిర్ణయించుటతో పాటు దాని యున్నతమునుగూడ నిర్ణయింపవలసి వచ్చును. కాని చిన్న, పెద్ద ఉన్నతముల యందలి గుణదోషములును, వాటి పరిమితులును యంత్రశాస్త్రమునకు సంబంధించిన విషయము. ఇచ్చట కేవలము పరిభాషవైపుకు దృష్టి నాకర్షింపవలసి యున్నది.

" తక్కువ గుణాంకము కలిగి ఉన్నతములో చిన్నదిగా నుండునది, " "తక్కువ గుణాంకము కలిగి ఉన్నతములో పెద్ద

దిగా నుండునది", "పెద్ద గుణాంకము గలిగి ఉన్నతములో చిన్నదిగా నుండునది", "పెద్ద గుణాంకము గలిగి ఉన్నతములో పెద్దదిగా నుండునది"— ఈ విధముగా "గుణాంకము, ఉన్నతము"— ఈ రెండు విశేషణములున్ను వడిచక్రమును గుర్తించుటకు ప్రాముఖ్యముగలవై వేరువేరు అర్థములను దెలియజేయును.

గుణాంకము, ఉన్నతములుగాక వడిచక్రపు దూకమును గురించికూడ విచారింపవలసిన యావశ్యకత కాన్పించును. ఇప్పటివరకు ఇది దృష్టిలో నుంచుకొనబడలేదు. గుణాంకము, ఉన్నతము ఎంత పరిమాణములో పెంచబడునో అంత పరిమాణములో దూకమును పెరగనీయకుండుట యుక్తముగ నుండును. కాని యియ్యదికూడ యంత్రశాస్త్రమునకు సంబంధించిన విషయము.

ఉదాహరణము (15):—80 కదురుచుట్టుగల రాట్నము మీద 30 అంగుళములు వడుకుటకు చక్రము 6 పర్యాయములు త్రిప్పబడుచున్నచో ఆనూలునంబరెంతయుండవలెను?

విధానము :— 30 అంగుళముల దారమునకు చక్రమును ఆరుపర్యాయములు త్రిప్పవలసివచ్చును. కావున చక్రము నొకపర్యాయము త్రిప్పినచో దారముయొక్క యాకర్షణము అయిదంగుళములగును. ఈ దారమునకు తగిన నంబరు గతసూత్రము ననుసరించి $\left(\frac{80}{5\times4}\right)^2=16$ అగును.

మొదటి ప్రకరణములో మనము నిముషము 1 కి వడుకువాని పరిగ్రహణముల సంఖ్యను, ప్రతి పరిగ్రహణము నం

దలి క్రొత్తదారము పొడవును బరీక్షించి దాని వడుకు వేగమును దాదాపుగా సరియగు నంచనా వేయవచ్చునని తెలిసికొని యుంటిమి. 1 అణా లేక మరి యేదేనొక నిర్ణీతమగు తూకముగల యేకులతో నిట్టి క్రొత్త దారములెన్ని వడుకబడినది లెక్కకట్టి వడుకుచున్నప్పుడే దారమునంబరును అంచనా వేయవచ్చుననికూడ మనము రెండవ ప్రకరణములో గ్రహించి యుంటిమి. ఈ ప్రకరణము నందలి యుదాహరణముల ననుసరించి మనము వడుకు సమయముననే మరింత నిరీక్షణము (తనిఖీ) గావింపవచ్చును. చక్రపు చుట్లసంఖ్య, క్రొత్తదారము పొడవు, కదురుచుట్ల ననుసరించి దారము నంబరు ఎంత యుండవలసినది లెక్కకట్టవచ్చును. ఈ నంబరు రెండవ ప్రకరణమందలి పద్ధతిద్వారా కనుగొనబడిన నంబరుతో సమన్వయము పొందుచున్నది లేనిది, సమన్వయము కుదరకున్నచో అందుకుగల కారణమేమి? జారు డెక్కువగా నున్నదా ? లేక దారములో పురులు హెచ్చుతగ్గుగా నున్నవా ? పురులలో హెచ్చుతగ్గులున్నచో అందుకు కారణమేమి ? చేతియందలి దోషములు లేక మాది తంతువుల యందలి— మాదిరకము నందలి— ప్రత్యేకత, జారు డెక్కువగానున్నచో అందుకుగల కారణములేమి ?— ఈ యంశము లన్నిటిని విచారించి మనము సరియగు దోషముల నన్వేషించి అందుకుతగిన నివారణోపాయము ననుసరింపవచ్చును.

ఈ విధముగ నిరీక్షణము గావించుచుండ అప్పుడప్పుడు ప్రతి పరిక్రమణము నందలి క్రొత్తదారముపొడవులోను,

చక్రపు చుట్లసంఖ్య పరిమాణములోను కొంత మార్పు కలుగు చుండునని గోచరించును. మొదటి పరిక్రమణములో చక్రము 6 పర్యాయములు తిరుగునపుడు 30 అంగుళముల క్రొత్త దారము వడుకబడుచో రెండవదానిలో 29 అంగుళములు వడుకబడును. ఒకప్పుడు 30 అంగుళముల దారమునకు చక్రమును 6 పర్యాయములు త్రిప్పవలసి వచ్చునెడల మరియొకప్పుడు చక్రముయొక్క 5½ చుట్లలోనే 30 అంగుళముల దారము వడుకబడును. పిమ్మట అవసరము లేకపోయినప్పటికి చక్రము సగమువరకు త్రిప్పబడును. దీని తాత్పర్యమేమనగా ప్రతి పరిక్రమణములోను దారముయొక్క నంబరుగాని లేక పురియొక్క పరిమాణముగాని మారుచున్నమాట. మాల జారుడుకూడ నిందుకు కారణము గావచ్చును. కాని యొక పరిక్రమణము తరువాత వెంటనే మరియొక పరిక్రమణములోనే జారుడుయొక్క పరిమాణ మింతగా మార్పుచెందుట క్వచిత్తుగా మాత్రమే సంభవించును. ఏమైనను ప్రతి పరిక్రమణములోను దారమునంబరుకుగాని, పురికిగాని యిట్టి యసమానత యుండుట యుక్తముగాదు. ఈ యసమానత యెంత తక్కువగానున్న వడుకు అంత శ్రేష్ఠమని భావించవలెను. ఏకులో మృదుత్వ, కాఠిన్యము లుండుట వలనను, వ్రేళ్ళ పట్టునందలి దోషము వలనను దారము ముతక, సన్నముగా వచ్చుచుండుటచేత వడుకులో నీ యసమానత హెచ్చుచుండును. వడుకువాని నైపుణ్యముకంటె కదురు పరిభ్రమణము ఎక్కువ వడిగా నుండుటవలనగూడ నిట్టి యసమానత యేర్పడును.

పురియందలి యసమానతను గురించి కొన్ని యంశము లను దెలిసికొనుట యవసరము. త్రాడు లేక దారము నొక కొనవద్ద పురి పెట్టినచో పురి, రెండవకొనవరకు చేరుచుండును. అయితే మధ్యలో నెట్టి యాటంకములు లేకుండవలెను. పురి నడక పంపునందలి నీటిధారవలె నుండదని గుర్తుంచుకొన వలెను. పంపులో ప్రారంభమైన నీరు ముందుకు సాగిపోవు చుండును. క్రొత్తనీరు వెనుకనుండి మొదటినీటిని నెట్టుకొని పోవుచుండును. పురి యెచ్చట దచ్చటనే నెలకొనిపోవును. మొదటిపురి ఒక స్థలమునుండి మరియొక స్థలమునకు సాగిపోదు. మొదటి పురి, త్రాడు లేక దారము హెచ్చుపురిని అదే స్థలమున భరింపజాలనంతగా నెలకొన్నప్పుడు వెనుకనుండి వచ్చునట్టి క్రొత్త పురి, దారమందలి యా భాగమంతటిని ద్రిప్పుచు అట్లు త్రిప్పుటద్వారా తన రెండవకొనకు నా క్రొత్తపురిని జేర్చును. అనగా క్రొత్తపురి తనకు పూర్వమున్న పురిని ముందుకు నెట్టుకొనిపోక ప్రాతపురిని నతిక్రమించి స్వయముగా ముందుకు సాగిపోవునని చెప్పవలసి యుండును. నీరు పంపు లోపలనుండి వెడలును. పురి దారముపైనుండి ముందుకు సాగును. అయితే ఒక విషయమున నీటితో పురిని బోల్చ వచ్చును. నీ రేవిధముగ తన ముందరనున్న గోతిని నింపిన పిమ్మటనే ముందుకు సాగిపోవునో ఆదే విధముగ పురికూడ దారములో నేదేనొక స్థలమందలి కనీసపు టవసరమును పూర్తి చేసిన పిమ్మటనే ముందుకు సాగిపోవును. ఏ వైపుననుండి పురి పెట్టబడుచున్నదో ఆ వైపునందలి దారము అసంపూర్తిగా

నుండగా రెండవవైపుదారము హెచ్చుగా పురిపెట్టబడుట సాధ్యముగాదు. పురి పెట్టబడుచున్నట్టి దారపు కొనవైపుననే పురి కొంచెము హెచ్చుగా నుండుటయు, రెండవ కొనవైపున కొంచెము తక్కువగా నుండుటయు విశేషముగా గోచరించును. ఈ విధముగ పురియందు మరియొక గుణము కలదు. పురి, యొక స్థలమున మిక్కిలి హెచ్చైనప్పుడు తక్కువగానున్న వేరొక స్థలమునకు జేరును. కాని దారముయొక్క లావు హెచ్చుతగ్గుగా నున్నప్పుడుగాని లేక మరేవేని యితర అవరోధముల వల్లగాని ఒకే దారమందే పురి యొకచోట తక్కువగా నున్నచో వేరొకచోట హెచ్చుగా కూడ నుండవచ్చును. ఈ విధముగ దారమందేదేనొక భాగమునకు హెచ్చు పురి యవసరమైనయెడల దారముయొక్క యాకర్షణ వేగమును తగ్గించవలసి వచ్చును. దానిని తగ్గించుటవలన చక్రము యొక్క పరిభ్రమణము, దారముయొక్క యాకర్షణము— ఈ రెండింటికి గల యనుపాతము మారిపోవును. ఒకే వేగముతో పురి లభించుచున్నప్పటికి నెట్లుసమానత యేర్పడుచున్నదో మనము పైన దెలిసికొని యుంటిమి. కాని పురి వచ్చునట్టి వేగములోనే యసమానత యేర్పడునెడల నేమగునో కూడ యోచింపవలయును. తక్లీ, ధనుష్తక్లీల వడుకులో పురిపెట్టు వేగమునందే అసమానతా దోషముండును. ముందరి యుదాహరణము చూడుడు.

ఉదాహరణము (16):— ఒక ధనుష్తక్లీమీద 8 సెకండ్లలో 30 అంగుళముల గ్రొత్తదారము వడుకబడినది.

నూలు నంబరు 16. మొదటి సెకండులో కదురు 80 పర్యాయములు తిరిగినది. ఆఖరు సెకండులో 40 పర్యాయములు తిరిగినది. మొదటి సెకండులో నెంత పొడుగు దారము వడుకబడియుండునది, ఆఖరు సెకండులో నెంత వడుకబడియుండునది తెలుపుడు ?

విధానము :— మొదటి సెకండులో కదురు 80 పర్యాయములు తిరిగినది. నూలునంబరు 16. మూడవపురి సూత్రము ననుసరించి యీ దారముయొక్క సరియగు పొడవు $80 \div (\sqrt{16} \times 4) = 5$ అంగుళములుండవలెను.

ఆఖరు సెకండులో $40 \div (\sqrt{16} \times 4) = 2\frac{1}{2}$ అంగుళములుండవలెను.

ఈ సమాధానములను సావధానముగ గమనింపుము. 8 సెకండ్లలో 20 అంగుళముల దారము వడుకబడెనని లెక్కలోనే చెప్పబడినది. అనగా నిముషమునకు సగటున 4 అంగుళముల దారము వడుకబడెను. కాని మొదటి సెకండులో 5 అంగుళములు వడుకబడినపుడు ఆఖరు సెకండులో $2\frac{1}{2}$ అంగుళములుమాత్రమే వడుకబడినది. తక్లీగాని, లేక ధనుష్తక్లీగాని అవిచ్ఛిన్నముగా నొకేవేగముతో దిరుగదని మనకు దెలియును. అట్లవి తిరుగుటతోపాటు క్రొత్తదారమును లాగునట్టి వేగమునుగూడ క్రమముగా తగ్గించవలసివచ్చును. దారమును లాగునట్టి వేగము నొకేరీతిగా నుంచినచో నూలునంబరు మారుచుండును. ఈ మార్పు వ్యతిరేకవు లెక్కవలన నేర్పడును. పురి తక్కువగుచున్నకొలది అదేప్రాప్తిని దారము లావగు

చుండును. అప్పుడే అయ్యది బలముకలది కాగలుగును. కాని యీవిధమగు పురిలోపమువలన వాస్తవమునకు జరిగెడిదేమనగా ఏకు తంతువులు తక్కువగా పట్టుకొనబడును. మరియు తంతువులు తక్కువగా పూరింపబడి దారము సన్నమగుచుండును. అది యెంత సన్నమగునో అంతగానే దానియందలి పురియావశ్యకత హెచ్చుచుండును. అట్టి యావశ్యకత హెచ్చగుచున్నకొలది యేకు కొనవరకు క్రొత్తపురిని చేర్చుటలో యాలస్యమగును. ఈవిధముగ నొక దోషమువలన మరియొకదోష మేర్పడును. మరియు రెండవదోష మేర్పడుటవలన నది మొదటిదోషమును అనేకరెట్లు వృద్ధిపరచుచుండును. తత్ఫలితముగా తుదకు దారము తెగిపోవును. మనము మన కళ నుపయోగించి పురియందలి యీ యసమాన వేగములో గూడ వ్రేళ్ళపట్టును వశములో నుంచుకొని సమానమగు దారమును దీయుటకు బ్రియత్నింపవలసివచ్చును. రాట్నములో కదురు దాదాపు ఒకేవేగముతో దిరుగును. పురి సమానత సంబంధించినంతవరకు రాట్నముమీద వడుకుటకంటె తక్లీ లేక ధనుష్తక్లీమీద వడుకుట కొంచెము కష్టమగును. తక్లీమీద అరచేతికంటె వ్రేళ్ళతో వడుకుటలోను, ధనుష్తక్లీమీద ఒంటిపట్టీకిబదులు జములుపట్టీ నుపయోగించు వలనను పురిలో వేగము అసమానముగా నుండునట్టి యిబ్బంది కొంతవరకు తగ్గిపోవును. కదురు వేగమును సమానముగ నుంచుట దృష్ట్యా రాట్నములో సాడీకంటె దిండు ఎక్కువ యనుకూలముగ నుండును. సాడీ యిక్కలి త్వరితముగా తెగును. దానిని

మాటిమాటికి మరమ్మత్తు చేయవలసివచ్చును. కావున దాని వ్యాసము మారుచుండును. వ్యాసము మారుటవలన కదురు చుట్ల సంఖ్యయు, కదురు తిరుగునట్టి వేగముయొక్క పరిమాణమున్ను మారుచుండును.

కాని కదురు వేగము ఒకేరీతిగా నున్నప్పటికి ఆరంభములో క్రొత్తదారము వేగపూర్వకముగాను, తుదకు దారము వేగముగాను వడుకబడుట కవకాశముండును. ఏతత్ కారణము తెలిసికొనుటకు మొదటి ప్రకరణములో చేతిదారము యొక్క యావశ్యకతను దెలుపుచు బేర్కొనబడిన విషయములను దృష్టిలో నిడికొనుడు. అచ్చట చేతిదార మెంత పొడవుగా నుండునో అంతగా పురిని తనలో నిముడ్చుకొనునటి దాని శక్తి హెచ్చగునని చెప్పబడినది. దారమెంత పొడవో అంతే పురిని ఒక కొననుండి రెండవ కొనవరకు చేర్చునట్టి దాని శక్తి స్వల్పమనుటయే యిందలి తాత్పర్యము. చేతి దారములో క్రొత్తదారము పురిపెట్టబడుచున్నకొలది యేకు వరకు పురిచేరుటలో నాలస్యముకూడ హెచ్చగుచుండును.

ఇట్టి యాలస్యము జరుగకుండుటకు——

(1) తక్లీగాని కదురుగాని తిరుగునట్టి వేగము ఒకే రీతిగా నుండవలెను. దానితోపాటు కదురు కొననుండి యేకు కొనవరకు మధ్యగల యంతరముకూడ మొదటినుండి తుది వరకు సమానముగ నుండవలెను.

కదురు కొనకు, ఏకు కొనకు గల యంతరము పెరుగుచున్నచో ఉచిత పరిమాణములో కదురు లేక తక్లీ తిరుగునట్టి

వేగముకూడ పెరుగుచు పోవుచుండవలెను. ఈ రెండు విషయముల నాచరణలో బెట్టుట శక్యముకానియెడల దారమును లాగునట్టి ప్రాథమిక వేగమును ఉచిత పరిమాణములో తగ్గించుచుపోవలెను. మిల్లులలో మొదటి నిబంధన పాటింపబడును. అచ్చట రెండు మూడు నిబంధనలను గురించి యాలోచింపవలసిన యగత్యమే యుండదు. చేపడుకులో ఒకటి, రెండు నిబంధనలను మనము కార్యరూపములో బెట్టజాలము. ఇంతే కాదు. తక్లీ, ధనుష్తక్లీల పడుకులో మనము రెండవ నిబంధనకు పూర్తిగా వ్యతిరేకముగ బ్రవర్తించు చున్నాము. తక్లీ, కదురులయొక్క కొనకును, ఏకు కొనకును మధ్యగల యంతరము పెరుగుచున్నకొలది వాటి వేగము పెరుగకపోగా తగ్గిపోవుచుండును. తుదకు మనకు మూడవ విషయము నిలిచి యుండును. అది చేరువలోనుండు మేరకు దారమును సవ్యయుగా తీయగలుగుదుము. ఇందెంత లోపముండునో దారమంత అప్రశస్తముగా తయారగును. ఇచ్చట తక్లీ పడుకు విధానమును గురించిన యొక ప్రత్యేక విషయము బోధపడ గలదు. వ్రేళ్ళతోగాని, అరచేతితోగాని తక్లీని కుదలించి త్రిప్పిన పిమ్మట తక్లీ దండముపైనుండి యా చేతినెత్తి దానిని పడుకుమీదికి తీసికొనిపోవుదుము. షుమారుగా చేతిదారము పొడవు దూరములో ఆ చేతితో తేలికయగు వ్రేళ్ళపట్టునందు పడుకుదారము నిలిపియుంచబడును. ఆరంభములో నీ వ్రేళ్ళ పట్టును గొంచెముగా నొక్కిపట్టి పురి త్వరితముగా నాక్రమించు కొనునట్లుల నచ్చటనే నిరోధింతుము. తక్లీ వేగము

తక్కువగుచున్న కోలదియును, దాని కొననుండి యేకు కొన వరకుగల దూరము పెరుగుచున్న కోలదియును వ్రేళ్ళపట్టును గొంచెము సడలించి పురిని సమతులన మొనర్చుటకు మనము బ్రయత్నింతుము. తక్లీ వడుకులో నిదియొక విశిష్టలక్షణము. పైన జేర్కొనబడిన నిబంధనలకు మన సాధనములు ప్రతికూలములైనప్పటికీ ఈ వ్రేళ్ళపట్టు సహాయమున మనము పురిని సంగ్రహించి మరల దానిని సమతులనముకూడ జేయుదుము. రాట్నములో రెండు చేతులును ఆగియుండును. కనుక పురాతన కాలమందలి కొన్ని కొన్ని ప్రాంతములలోని వడుకువారు కాలి బొటనవ్రేలిని మోపుదురు. బొటనవ్రేలు మోపుట ద్వారా పైన జెప్పబడినరీతిగా పురియొక్క సమతులనము, ఆ వెన్వెంటనే చేతిదారమును చిన్నదిగానుంచుచు పురి యాక్రమణమును నిరోధించి వడుకుట—ఈ రెండు కార్యములను వారు సాధింతురు. చేతిదారమును చిన్నదిగా నుంచుటవలన చిన్న వడుకు బారలో సయితము వారు క్రొత్తదారమును పొడవుగా దీయుదురు.

మొదటి ప్రకరణములో క్రొత్తదారము పెద్దదిగా నుండవలెనా చిన్నదిగా నుండవలెనా యను విషయమునుగురించి విపులముగా జర్చించబడినది. పురియొక్క సమతులనముదృష్ట్యా చిన్న క్రొత్తదారము ప్రయోజనకరమను నూతనాంశమొకటి యిచ్చట దెలిసికొనుట కవకాశ ముండగలదు.

ఇప్పటివరకు మనము పురియననేమియో, సూలుకు పురియొక్క యవసరమేమో, పురికిగల పరిమితులేవో, అందుకు

సంబంధించిన లెక్క లెట్లు చేయబడునో, ఆ లెక్కల సహాయమువలన పురియొక్క సాధనములందలి సామర్థ్యమును, గుణదోషములను ఎట్లు పరీక్షించగలమో తెలిసికొనియుంటిమి. నేతశాస్త్రమందు పురి నధ్యయనమొనర్చుటకు పురినిగురించి మరికొన్ని సూక్ష్మాంశములుగూడ దెలిసికొనుట యవసరమై యున్నది. కాని యిచ్చట నట్టి సూక్ష్మాంశములలోనికి బోవుట యావశ్యకమని భావించలేదు. కేవలము పురియొక్క ప్రతిక్రియనుగురించి ప్రతి నేతవారికి నుపయోగకరమగుచు నేటివరకు బేర్కొనబడజాలని కొన్ని యంశములను కొలదిగా వివరించి యీ ప్రకరణమును పరిసమాప్తి గావించెదము. పురిలో ప్రతిక్రియయను గుణము కలదు. అనగా అది సులభముగా స్థిరమై యుండదు. అది వెడలిపోవుటకు బ్రయత్నించును. ఏ పరిభ్రమణమువలన నూలు పురిపెట్టబడియుండునో దానికి పూర్తిగా విరుద్ధమగు పరిభ్రమణముతో నూలు విప్పుకొనిపోవునట్టి ప్రయత్నము జరుగును. పురిపెట్టబడునట్టి తంతువులు ఈ ప్రయత్నమునకు మూలకారణము. పురివలన తంతువు లొకదానితో నొకటి బలాత్కారముగా నంటుకొనియుండవలసివచ్చును. ప్రత్యేకవిధముగా తిరిగిపోవలసివచ్చును. పురివలన కలుగు నీ బలాత్కారమును తట్టుకొనుటకు తంతువులకు శక్తియున్నంతవరకు అవి పురిని ప్రతిఘటించును. అవకాశము లభించినపుడు పురిని బయటకు వెడలించునుకాని చెమ్మవలన నధికముగా కాలము గడచుచున్నకొలది తంతువులయందలి యీ ప్రతీకారశక్తి క్షీణించిపోవును. ఒక పర్యాయ మట్టి

ప్రతీకారశక్తి యంతరించినచో పురియందలి శక్తి పూర్తిగా స్థిరపడిపోవును. అది స్థిరపడినంతవరకు దారము తాజాపురి కలది యని చెప్పబడును. పిమ్మట నది స్థిరమైన పురికలదిగా పేర్కొనబడును.

కొంతమంది మొదట త్వరత్వరగానే అసంపూర్తి పురి కలిగిన క్రొత్తదారమును వడుకుదురు. మరియు తుదకు పేకును పట్టుకొన్న చేతిని నిలిపి చక్రమును సగముగాని లేక ఒక పర్యాయముగాని త్రిప్పి దానిని పురిపెట్టుదురు. ఇట్టి వడుకు పద్ధతి తప్పు. ఇట్లు వడుకబడిన నూలులో స్థితిస్థాపకత తగ్గిపోవును. ఏలనన తంతువులయొక్క రెండు కొనలును పురిలో బంధింపబడినపిమ్మట వాటికి పురి లభించును. తంతువుయొక్క యొక కొన విప్పుకొనియున్నంతవరకు పురి యొత్తిడియొక్క యావశ్యకత ననుసరించి తంతువు ముడుచుకొనగలదు. కాని రెండు కొనలును బంధింపబడినపిమ్మట పురియొక్క యొత్తిడి పడుటవలన నది ముడుచుకొనజాలదు. ఇట్టి స్థితిలో దానిపై బురియొక్క యొత్తిడి పడుచుండినచో దాని స్థితిస్థాపకత తగ్గి అది తొందరగా తెగును. కావున దారమును లాగునపుడే దానికి పూర్తియైన పురి లభించుచుండవలెను. దానివలన పెక్కు లాభములు గలవు. దారమును పూర్తిగా పురిపెట్టిన పిమ్మటనే ముందుకు సాగిపోవుటవలన నది యెక్కువ బలముగా నుండుటచే వ్రేళ్ళపట్టునుగూడ నెక్కువగా నణచియుంచి వడుకుట సాధ్యమగును. అణచియుంచిన వ్రేళ్ళపట్టుతో వడుకుట వలన దారములో తంతువు లాకర్షింపబడి తమకుగల హెచ్చు

పొడవులో బట్టుకొనబడును. ఆకర్షింపబడి పట్టుకొనబడుట వలన పురి చక్కగా నెలకొనును. మరియు క్రొత్తదారము పూర్తియైనపిమ్మట చక్రమును దిప్పుచుండునట్టి సమయము వ్యర్థముగాదు. కావున వడుకువేగముకూడ వృద్ధిచెందును. చేతి నణచిపట్టి వడికినపిమ్మటగూడ పురి నెలకొనుటలో నుండు దోషమును నివారించుటకు నూలును ఆసుపోసినపిమ్మట చిలపను కొలది గంటలపాటుంచనిచ్చుట యొక్క సాధనము.

మీరు ప్రతిదినము ఒక కట్టు నూలువడికి ఆసుపోయు చుండునెడల చిలపను ఆసునుండి తీసివేయునపు డన్నిటికంటె తాజాకట్టులో పురియొక్క ప్రతీకార మన్నిటికంటె నెక్కువగా నుండునని మీరు గమనింతురు. తాజాకట్టు అన్నిటికంటె హెచ్చుగా ముడుచుకొనును. ఇందుకు, కొన్ని గంటలకు పూర్వ మాసుపోయబడిన కట్లలో పురి నెలకొని యుండుటయే కారణము. ఒకవేళ వడికిన తరువాత కండెను వెంటనే యాసుపోయకున్నను పురి నెలకొనవచ్చును. ఈ దృష్ట్యా కదురుమీద కాగితపు ముక్కలనుంచి వడుకుటయు, కండెలు ప్రోగుపడిన తరువాత నొక్క పర్యాయముగా నాసు పోయు టయు ప్రయోజనకరము కావచ్చును.

పురి చక్కగా నెలకొనునట్లు చేయుటకు నూలుకు చెమ్మ కలిగించుట రెండవ సాధనము. ఈ క్రియ యనేకరీతు లుగా జేయబడును. ఆసు పోయునపుడు తడిగుడ్డగుండా దార మును తీయుట, ఆసుపోసిన తరువాత చిలపమీద తడిగుడ్డ పీలికను జుట్టుట, ఏదేనొక పిచ్చికారుతో చిలపమీద నీటిని

జిలకరించుట, లేక చిలప సంతటిని ఆసుతోసహా నీటిలో నుంచుట— ఈ విధముగ బెక్కు మార్గములుగలవు. ఈ రీతిగ చెమ్మను గలిగించునట్టి క్రియను "ఫూత్కారించుట" యని చెప్పుదురు. పూర్వకాలమున నోటిలో నీరు నింపి చిలకరించుచుండెడివారు. దానినిబట్టి ఫూత్కారించుట యను శబ్దమేర్పడినట్లు కనబడుచున్నది. ఫూత్కారించుట యను సంశమును గురించి తొలిప్రకరణములో గూడ సమిదవ యుదాహరణమునకు బిమ్మట గొంతవరకు జర్చించబడినది. ఏ పరిస్థితిలో చెమ్మను గలిగించ వలసినది, యెంతవరకు గలిగించ వలసినది, వాస్తవముగా చెమ్మ కలిగించుటవలన నందుకుపడిన శ్రమకు తగిన ప్రయోజనమున్నది, లేనిది యింకను ప్రయోగముద్వారానే తెలిసికొన వలసిన విషయమైయున్నది. ఆసుమీద కొన్ని గంటలపాటు నూలు నుండనిచ్చుటలోను, ఆసు పోయునపుడు దారమును నీటిగుండాగాని లేక తడిగుడ్డగుండాగాని తీయుటలోను ప్రయోజనము కలదనుట కేమియు సందేహము లేదు. వర్షపు దినములలో నూలు చక్కగా వచ్చును. అందుకుగల కారణమొకటి యేమనగా తంతువులలో తడి యుండుటవలన దారములో పురి చక్కగా నెలకొనును. మిల్లులలో వడుకు గదిలోనికి ప్రత్యేకమైన యావిరి విడిచిపెట్టి తడిని బుట్టింతురు. ఏదేనొక త్రాడును పురిపెట్టవలసి యున్నగాని లేక మాలను తయారుచేయవలసి యున్నగాని దారమును తడిచేసి పురిపెట్టుదురు. ఏలనన తడివలన పురి త్వరితముగా నెలకొనును.

పురి నెలకొనుటతో పాటు దాని సవ్యాపసవ్య విభ్రమణమును గురించికూడ కొంతవరకు తెలిసికొనవలెను. పురి చక్కగా నెలకొన నంతవరకు ప్రతిక్రియా లక్షణముచేసి నది యపసవ్యముగా పరిభ్రమణము చెంది విప్పుకొనిపోవుట కవకాశ ముండునని పైన చెప్పబడినది. మామూలు నాడుక భాషలో దారము తయారగునప్పుడు అది యేవైపున త్రిప్ప బడినదో దానిని పురి సవ్యముగా తిరుగుటయని చెప్పుచుండిరి. అది విప్పుకొనునట్టి వైపు అపసవ్యముగా తిరుగుట యనబడు చుండెను. కాని యిప్పుడు సవ్యాపసవ్యములకు పురిపెట్టుటకు ప్రత్యేకమైన యర్థము నిర్ణయించబడినది. గడియారపు ముల్లు వలె, అనగా నెడమతట్టునుండి కుడితట్టుకు కదురు తిరుగుచు దారము పురిపెట్టబడు చుండుచో నది సవ్యమైన పురి యన బడును. సాధారణముగా మిల్లులలోను, చేతి వడుకులోను సవ్యమైన పురిగల నూలే వడుకబడునట్టి సంప్రదాయ మేర్పడి యున్నది. ప్రత్యేకావసర మున్నప్పుడు అపసవ్యపు పురిగల దారము తీయబడును. ఒకప్పు డెవ్వరైనను పొరపాటున కూడ అపసవ్యపు పురిగల నూలు వడుకుదురు. అడ్డ రాట్నములలో క్రొత్తగా వడుకువా రప్పుడప్పు డిట్టి పొరపాటు చేయుదురు. వా రొకప్పుడు మాలను అపసవ్యముగా తగిలింతురు. వడి చక్రమునుండి దిండువైపుకు పోవునట్టి మాల త్రాడు దిండుక్రిందుగా తీసికొనబడునప్పుడు కదురు సవ్యమైన పురి కనువగునట్లు తిరుగును. కాని అప్పుడప్పుడు పొరపాటున మాలను దిండుకుపైగా దీసుకొని వడి చక్రమువైపుకు పోవునట్టి

దాని పార్శ్వమును దిండుక్రిందుగా దీయుదురు. ఇందువలన నపసవ్యమైన పురిగల నూలు వడుకబడును. సవ్యాపసవ్యమగు పురులుగల నూళ్లు ఒకదానితో నొకటి కలిసినచో రెండు పరిభ్రమణముల పురియున్నా విప్పుకొని దారము పురి లేనిది కానారంభించును. మరియు మిక్కిలి బలహీనమై పోవును. కావున నిచ్చట వడుకువారు సవ్యమైన పురిని గుర్తించుట మిక్కిలి యవసరము. దిగువ జేర్కొనబడిన మూడు విషయములను దృష్టిలో నిడికొన్నచో సవ్యాపసవ్యమగు పురిగల నూళ్లు ఒకేచోట కలియకుండునట్లు చేయవచ్చును :—

(1) సవ్యమైనపురికి— చక్రముమీదినుండి దిండు మీదికి పోవునట్టి నూలయొక్క భాగము దిండు క్రిందివైపునుండి పై భాగముగుండా చక్రమువైపునకు తిరుగవలెను. (2) కదురు, గడియారపు ముల్లు తిరుగునట్టి దిశలో వడుకువాని యెడమతట్టునుండి కుడితట్టుకు తిరుగవలెను. పోతయొక్క పరిభ్రమణముజూచి యీ దిశను త్వరితముగా గుర్తించవచ్చును.

(3) ఆసుపైనుండి చిలపను దీసినపిమ్మట దానిని ఒక కొననుండి వ్రేలాడించినచో రెండవవైపునుండి తిరిగి వచ్చునట్టి కొన మన యెడమతట్టునుండి కుడితట్టుకు తిరుగునపుడు ఆ నూలు సవ్యమైన పురికలదని భావించవలెను.

మొదటి రెండు నిబంధనలున్ను కుడిచేతి వడుకునకే— కుడిచేతితో చక్రమును ద్రిప్పుట, యెడమచేతితో దారమును

డీయుట— వర్తించును. ఎడమచేతి వడుగులో నిండుగు బూర్తిగా విరుద్ధమగు విషయము వర్తించును.

రెండు లేక హెచ్చుదారములను ఒకటిగా గలిపి పురి పెట్టవలసియున్నప్పుడు, మొదటిసారి, దారము ఏ పరిభ్రమణములో పురి పెట్టబడియుండునో దానికి బూర్తిగా విరుద్ధమగు పరిభ్రమణముతో నా దారములు పురి పెట్టబడవలెను. ఇందు పురియందలి ప్రతి క్రియయొక్క ప్రయోజనములను బడసి రెండవ పురి చక్కగా నెలకొని యుండగలదు. నూలు త్రాడును తయారుచేయుటకు పురికి సంబంధించిన యీ నిబంధనను జ్ఞాపకముంచుకొనుట ప్రత్యేకించి యవసరమైయున్నది. పురి స్వభావమునకు సంబంధించిన యీ యాంశములను సంగ్రహముగా జేర్కొని యీ ప్రకరణమును ముగించుచున్నాము.

పరిశిష్టము—1

సూత్రములు

సూత్రము—1 V నూలు నంబరు × పురి నియతరాశి=1 అంగుళము నూలులో పురులసంఖ్య.

దీని సంక్షిప్త స్వరూపము— V నంబరు × "రా"=పురులు.

సూత్రము—2 $\left(\frac{\text{పురుల సంఖ్య}}{\text{నియతరాశి}}\right)^2$ = నంబరు.

సూత్రము—3 $\frac{\text{మొత్తము దారము పురులసంఖ్య}}{\text{ఒక అంగుళము దారము పురులసంఖ్య}}$ =

దారము పొడవు (అంగుళములలో) అనగా

$$\frac{\text{మొత్తము పురులసంఖ్య}}{\sqrt{\text{నంబరు}} \times 4} = \text{దారముపొడవుఅంగుళములలో}$$

సూత్రము—4

(1) $\frac{\text{చక్రపు పరిధి}}{\text{దిండుపరిధి}} = \frac{\text{చక్రివ్యాసము}}{\text{దిండువ్యాసము}} =$ కదురుచుట్లు

(2) $\frac{\text{చక్రపరిధి గుణకారము}}{\text{దిండుపరిధి గుణకారము}} =$ కదురుచుట్లు

(3) $\frac{\text{చక్రివ్యాసపు గుణకారము}}{\text{దిండువ్యాసపు గుణకారము}} =$ కదురుచుట్లు

(4) $\frac{\text{చక్రముయొక్క యనుపాతాంకముల గుణకారము}}{\text{దిండుయొక్క యనుపాతాంకముల గుణకారము}} =$ కదురుచుట్లు

(5) $\frac{\text{చక్రివ్యాసము అంగుళములలో} \times 3}{\text{కదురుపిండు పరిమితి}} =$ కదురుచుట్లు

(స్థూలమైన లెక్క)

సూత్రము—5 (కచ్చితపు కదురుచుట్ల సంఖ్య ÷ దారము యొక్క యాకర్షణము, అంగుళములలో ÷ పురి నియత రాశి)^2=నూలు నంబరు.

సూత్రము—6 $\sqrt{\text{నంబరు}} \times$ ఆకర్షణము అంగుళములలో $\times$ నియత రాశి=కచ్చితపు కదురుచుట్ల సంఖ్య.

పరిశిష్టము—2

పురి పెట్టుటలో రాట్నమునకు గల శక్తి పెరుగుటకు, తగ్గుటకు గల కారణములు.

(1) పెరుగుటకు కారణములు :—

1. చక్రము పెద్దదియగుట
2. కదురు సన్నముగానుండుట
3. దిండు లేని కదురునుంచుట
4. వడిచక్రము నుపయోగించుట
5. దండముయొక్క సహాయముతో చక్రమును వేగముగాద్రిప్పుట.

(2) తగ్గుటకు కారణములు :—

పైన చెప్పబడిన కారణములకు విరుద్ధమైన కారణములుగాక కొన్ని ప్రత్యేక కారణములు మాత్రమే దిగువ నీయబడుచున్నవి.

1. చక్రము గుండ్రముగా లేకుండుట
2. త్రాళ్ళు వదులుగా నుండుట
3. సులభముగా వంగునట్టివిగానుండుట
4. మాల లావుగానుండుట
5. సాడీ లేక దిండును ఎక్కువ లావుగా తయారు చేయుట.

సూచన :—పైన చెప్పబడిన కారణములలో జారుడుకు సంబంధించిన కారణములు చేర్చబడలేదు.

పరిశిష్ట సంఖ్య 3

రాట్నముయొక్క ఒక పరిభ్రమణములో వేరువేరు నంబర్ల నూలు వడుకుటకు వేరువేరు ఆకర్షణముల ననుసరించి కచ్చితపు చుట్లున్ని కావలసినది తెలుపునట్టి పట్టిక.

నూలు నం.	నంబరు వర్గ మూలం	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	5	$5\frac{1}{2}$	6
4	2	20	24	28	32	34	36	38	40	44	48
6	2.45	—	—	—	39	42	44	47	49	54	59
9	3	—	—	—	48	51	54	57	60	66	72
10	3.16	—	—	—	50	54	57	60	63	70	[illegible]
12	3.47	—	—	—	55	59	62	66	69	76	[illegible]
14	3.74	—	—	—	60	64	67	71	75	82	90
16	4	—	—	—	64	68	72	76	80	88	96
20	4.36	—	—	—	73	76	80	85	89	98	107
24	4 89	—	—	—	80	85	90	95	100	110	120
30	5.48	—	—	—	88	93	99	104	110	120	131
36	6	—	—	—	96	102	108	114	120	132	144
40	6.32	—	—	—	101	108	112	120	126	139	150
50	7.07	—	—	99	113	120	127	134	141	156	—
60	7.75	—	93	108	124	132	139	147	155	—	—
70	8.37	—	100	117	134	142	150	159	167	—	—
80	8.94	89	107	125	143	—	—	—	—	—	—
100	10	100	120	140	160	—	—	—	—	—	—
120	10.95	110	131	153	175	—	—	—	—	—	—
150	12.25	122	147	171	—	—	—	—	—	—	—
200	14.14	141	169	—	—	—	—	—	—	—	—
300	17.32	173	—	—	—	—	—	—	—	—	—
400	20	200	—	—	—	—	—	—	—	—	—

గమనింపు:— చక్రముయొక్క పరిభ్రమణము, దారముయొక్క యాకర్షణము, చుట్లయొక్క సంఖ్య— వీటి పరస్పర సంబంధమునుగురించిన వివరములును, భోగట్టాయున్న ఉదాహరణము 10 నుండి 13 వరకు ఇవ్వబడినవి.

నూలు పరీక్ష

ముఖ్యముగా ఏయే వస్త్రములకు ఏయే నెంబరు నూలు ఎంతో కావలెనో ను విషయమును వస్త్రోత్పాదకులందరును తెలిసికొనుట యవసరమని గ్రహించి అందులకు సంబంధించిన శాస్త్రీయ గ్రంథాలను సమకూర్చియున్నాము. వారు దానిననుసరించి శ్రేష్ఠమగు వస్త్రములను తయారుచేసి, వారికి నేత సౌకర్యము కలిగించు వస్త్రాల [illegible] ముఖ్యముగా పొందగలరని భావించుచున్నాము.

నూలు నెం., పలుచు, చేత మగ్గాల నూలుకు సంబంధించిన పరిమాణాంతరములు వెన్నో గలవు. ఇచ్చట స్థూలముగా నూలు నెంబరు తెలిసికొనుటకు ఒకటి, రెండు సూత్రములు మాత్రము దిగువ పొందుపరచుచున్నాము. పై విషయములు అ. భా. చే. సంఘము, ఆంధ్రశాఖ (మచిలీపట్నం) వారికి వ్రాసి తెలిసికొనవచ్చును.

నూలు నెంబరు తెలిసికొనుటకు ఈ క్రింది కొలతలను గమనించవలెను.

4 మూరలు = 1 పోగు	16 అణాలు = 1 తులము
160 పోగులు = 1 కెలు	5 తులములు 1 ఛటాకు
4 కెలులు = 1 చిలప (640 పోగులు)	8 ఛటాకులు 1 పౌను
	2 పౌనులు = 1 సేరు

ఒక పౌను (640 అణాలు) ఎన్ని చిలపలు తూగునో (చిలప 640 పోగులు) అన్నియే నంబరు నూలని తెలిసికొనవలెను. దీనినే సమీకరణ పద్ధతిని దిగువ విధముగా గ్రహించవచ్చును.

$$\frac{\text{పోగుల సంఖ్య} \quad (1 \text{ పోగు} = 4 \text{ మూరలు})}{\text{పోగుల తూకము (అణాలలో)}}$$

1. ఉదా: పోగులసంఖ్య 2000, పోగుల తూకము 100 అణాలు అయిన యెడల $\frac{2000}{100} = 20$ నూలు నెంబరగును.

పై సమీకరణమునుండి దిగువ రెండు సమీకరణములు లభ్యమగుచున్నవి.

(i) నూలు నెంబరు × తూకము (అణాలలో) = పోగులసంఖ్య.

(ii) $\frac{\text{పోగుల సంఖ్య}}{\text{నూలు నెంబరు}}$ = తూకము (అణాలలో)

2. ఉదా:- నూలు 2100 గజములు, దాని తూకము 5 తులములు అయిన యెడల $\frac{2100}{5 \times 21} = 20$ నెంబరు వచ్చును.